

Concorso

MINISTERO dell'**INTERNO**

1248 Funzionari

49 Funzionari
statistici (cod. C.1)

Manuale integrativo con le
materie specifiche del profilo
TEORIA e **QUIZ COMMENTATI**

per la **prova scritta** e **orale**

NLD
CONCORSI

PREMESSA

Il **Ministero dell'Interno** ha indetto un concorso per la copertura di 1.248 posti di cui **49 Funzionari statistici** (cod. C.1). La procedura concorsuale si articola in **2 prove**: una **prova scritta** e una **prova orale**.

NLD Concorsi ha predisposto il **Manuale Concorso 1248 Ministero dell'Interno Profilo 49 Funzionari statistici, Teoria e Quiz commentati**, contenente la trattazione delle specifiche materie indicate dal bando di concorso per la prova scritta e orale di questo specifico profilo.

Il Manuale si caratterizza per una **trattazione completa, aggiornata** e, al contempo, **schematica e fluida** delle seguenti materie:

- **Statistica e metodi statistici per l'analisi dei dati;**
- **Matematica e scienze matematiche applicate.**

Per consentire di affiancare allo studio teorico una **immediata verifica della acquisita capacità di risolvere i corrispondenti test**, il Manuale presenta **quiz di verifica commentati** per ciascuna delle materie concorsuali.

Completa il Volume una utilissima appendice di **formule matematiche** per consolidare la preparazione e fissare le nozioni fondamentali.

Si suggerisce di affiancare al presente Volume il **Manuale Concorso 1248 Ministero dell'Interno, Profili 49 Funzionari statistici (cod. C.1) – 182 Funzionari informatici – 3 Funzionari tecnici – 150 Funzionari linguistici, Materie comuni**, contenente la trattazione delle **materie comuni** indicate dal bando, indispensabile quindi per una preparazione completa.

Il Manuale consente l'accesso ad un'**estensione online**, consultabile con apposita *password*.

SOMMARIO

Parte I

Statistica e metodi statistici per l'analisi dei dati

Capitolo 1

Statistica e probabilità	3
1. Elementi di statistica descrittiva univariata.....	3
1.1. Frequenze, classi, distribuzioni di frequenza e relative rappresentazioni grafiche.....	3
1.2. Indici di posizione	6
1.3. Indici di variabilità	9
1.4. Indici di forma.....	13
1.5. Indici di concentrazione	16
2. Elementi di statistica descrittiva multivariata.....	19
2.1. Concetto di distribuzione di frequenza multivariata.	19
2.2. Indici di connessione.....	22
2.3. Indice di dipendenza in media	23
2.4. Indice di associazione	25
2.5. Indice di correlazione.....	26
3. Teoria dei numeri indici.....	26
4. Fondamenti del calcolo delle probabilità	30
5. Variabili casuali univariate e multivariate	34
6. Variabili casuali dipendenti e indipendenti	39
7. Principali distribuzioni di variabili casuali discrete.....	40
7.1. Uniforme discreta.....	40
7.2. Bernoulliana.....	41
7.3. Binomiale	41
7.4. Poissoniana.....	42
8. Principali distribuzioni di variabili casuali continue.....	43
8.1. Uniforme continua	43
8.2. Normale o Gaussiana	45
8.3. Normale standardizzata.....	46
8.4. t di Student	47
8.5. Chi-quadrato.....	48
8.6. F di Fisher	49
8.7. Gamma.....	50
8.8. Beta.....	51
8.9. Weibull.....	51
8.10. Esponenziale negativa.....	51
9. Teoremi limite del calcolo delle probabilità.....	52
10. Teoria dell'inferenza statistica	54
10.1. Stimatori e relative proprietà	54
10.2. Stima intervallare e relativi metodi.....	56
11. Test di verifica di ipotesi- P-value- Errori di I e II tipo e potenza del test	57
11.1. Principali test parametrici	59
11.2. Principali test non parametrici.....	64

Capitolo 2

Metodi statistici per l'analisi dei dati	74
1. Modello di regressione lineare multipla	74
2. La rimozione delle ipotesi alla base del modello classico (diagnostica)	77

3.	Metodi di regolarizzazione per modelli di regressione (RIDGE e LASSO) e di <i>crossvalidation</i>	80
4.	Modelli per dati di conteggio (log-lineari)	82
5.	Modello per dati binari logit e probit.....	83
6.	Metodi di classificazione. Cluster analysis e misture.....	84
7.	Tecniche statistiche multivariate	86
7.1	Analisi in componenti principali	86
8.	Analisi delle serie temporali.....	87
9.	Modelli ARMA e ARIMA	90
10.	Cointegrazione e VAR	90
11.	Analisi dati panel.....	91

Capitolo 3

Metodi di campionamento.....	94
1. Rilevazioni censuarie e rilevazioni campionarie.....	94
2. Disegni di campionamento	94
3. La stima del totale e della proporzione	100
4. Gli errori campionari e non campionari	101
5. Tecniche di ricampionamento	102
5.1. Metodo jackknife.....	102
5.2. Metodo Bootstrap	102
Quiz.....	104
Risposte commentate.....	109

Parte II

Matematica e scienze matematiche applicate

Capitolo 1

Il linguaggio ed i simboli della matematica.....	117
1. Metodo assiomatico.....	117
1.1. Sistema Ipotetico-Deduttivo	117
1.1.1. Concetti primitivi	117
1.1.2. Teoremi e dimostrazioni	117
1.1.3. Definizioni.....	117
1.1.4. Assiomi e Postulati.....	118
1.2. Sistema assiomatico moderno	118
1.3. Coerenza, indipendenza, completezza	118
1.3.1. La coerenza.....	118
1.3.2. L'indipendenza.....	118
1.3.3. La completezza	118
2. Il linguaggio della Matematica	119
3. Simboli della Matematica.....	119
4. Logica delle proposizioni	120
4.1. Congiunzione e Disgiunzione logica	120
4.2. Equivalenza logica	121
4.3. Implicazione e Coimplicazione.....	122
4.4. Tautologie.....	122
4.5. Logica delle deduzioni.....	123
5. Logica dei Predicati	126
5.1. Quantificatore universale ed esistenziale	127

5.2.	Condizione necessaria e condizione sufficiente	127
------	--	-----

Capitolo 2

Algoritmi e strutture dati.....	129
1. Algoritmi.....	129
1.1 Dal Linguaggio di Programmazione all'Algoritmo	129
1.2. Definizione e caratteristiche di un Algoritmo.....	130
1.3. Algoritmi deterministici e non deterministici	130
1.4. Efficacia ed efficienza di un Algoritmo	130
1.5. Calcolabilità e Computabilità di un Algoritmo	130
1.5.1. Tesi di Church-Turing.....	131
1.5.2. Tesi di Mitchie.....	131
1.5.3. Complessità di un Algoritmo	131
1.6. Il problema dell'arresto.....	131
1.7. Diagrammi di flusso o flow-chart	131
1.7.1. Sequenza, Selezione ed Iterazione	131
1.7.2. Elementi grafici dei Diagrammi di Flusso.....	132
1.8. Pseudocodifica.....	133
1.8.1. Sequenza	133
1.8.2. Selezione	133
1.8.3. Iterazione	134
2. Tecniche di sviluppo di un Algoritmo	134
2.1. Sviluppo Top Down.....	134
2.2. Sviluppo Bottom Up.....	134
3. Linguaggi di programmazione.....	135
3.1. Variabili ed istruzioni.....	135
3.2. Il codice sorgente	135
3.3. Tipi di linguaggi di programmazione	136
3.4. Ciclo di vita del software.....	136
3.5. Ambienti di sviluppo	137
4. Il linguaggio Pascal	137
4.1. Dati e Variabili.....	137
4.2. Strutture iterative	138
4.3. Strutture di selezione	138
4.3.1. Selezione binaria.....	139
4.3.2. Selezione multipla.....	139
4.4. Comandi ed Operazioni	140
4.5. Gli operatori booleani e i segni di operazione.....	140
4.6. Vettori e Matrici	140
4.7. Gli insiemi.....	142
4.8. Risoluzioni algoritmiche di semplici problemi di facile modellizzazione in linguaggio Pascal	143
5. Il linguaggio C.....	145
5.1 Ambiente di programmazione.....	145
5.2. Elementi di programmazione in C	145
5.3. La compilazione	145
5.4. L'input/output	145
5.5. Le variabili.....	145
5.6. Dati.....	146
5.7. Gli operatori.....	146
5.7.1. Operatori aritmetici.....	146
5.7.2. Operatori di confronto.....	147

5.7.3.	Operatori Logici	147
5.8.	Struttura condizionale semplice e multipla.....	147
5.8.1.	IF ... ELSE.....	147
5.8.2.	Switch.....	147
5.9.	Strutture Iterative	148
5.10.	Vettori e Matrici.	149
5.11.	I Puntatori.....	150
5.12.	Risoluzioni algoritmiche di semplici problemi di facile modellizzazione in linguaggio C.....	152
6.	Il linguaggio Java.....	153
6.1.	Il modello Object Oriented.....	153
6.2.	Le classi	153
6.3.	Ereditarietà.....	154
6.4.	Java Virtual Machine.	154
6.5.	La sintassi del linguaggio Java.....	154
6.5.1.	I commenti.	154
6.5.2.	Dati elementari o primitivi.	155
6.5.3.	Metodi.....	155
6.5.4.	Gli operatori.....	155
6.5.5.	Operatori aritmetici.....	156
6.5.7.	Operatori Logici.	156
6.5.8.	Operatori Binari.....	157
6.5.9.	Strutture di controllo.....	157
6.5.10.	Struttura condizionale semplice e multipla.....	157
6.5.11.	Struttura iterativa o di ciclo.....	158
6.5.12.	Struttura di interruzione.	159
6.5.13.	Vettori e Matrici.	159
7.	Complessità di algoritmi e problemi.....	159
7.1.	Risoluzioni algoritmiche di semplici problemi di facile modellizzazione in linguaggio C.....	161
8.	Elaboratore elettronico.....	170
8.1.	Il sistema di elaborazione.....	170
8.2.	Classificazione degli Elaboratori Elettronici.....	170
8.3.	Architettura interna di un elaboratore	170
8.3.1.	L'unità centrale di elaborazione.....	171
8.3.2.	La memoria centrale.....	171
8.3.4.	Le tipologie di collegamento con le periferiche	171
8.3.5.	Periferiche di Input e di Output.....	171
9.	Architettura dei sistemi distribuiti.....	172
9.1.	Elaborazione distribuita.....	174
9.2.	Sistemi operativi per macchine MIMD.	174
9.3.	Tipi di rete.	175
9.3.1.	Reti LAN.	176
9.3.2.	Reti MAN.....	176
9.3.3.	Reti WAN.....	177
10.	Fondamenti di sistemi operativi.....	178
10.1.	Caratteristiche di un Sistema Operativo	180
10.2.	Visione gerarchica stratificata del S.O. (a cipolla)	180
10.3.	Gestione dei processi.....	180
10.4.	Criteri di gestione dei processi	181
10.5.	La gestione della Memoria.....	182
10.6.	Sistemi di Numerazione.	183

10.6.1.	Codice ASCII.....	183
10.6.2.	Sistema Decimale.....	185
10.6.3.	Il Sistema Ottale.....	186
10.6.4.	Il Sistema Esadecimale.....	186

Capitolo 3

La teoria degli insiemi	189	
1.	Introduzione.....	189
1.1.	Concetti Fondamentali	189
1.2.	La cardinalità di un insieme.....	190
1.3.	Gli assiomi della teoria “ingenua” di Cantor.....	190
1.4.	Sottoinsieme, Insieme delle parti e Partizione di un insieme.....	190
1.5.	Operazioni tra gli insiemi	191
1.6.	Proprietà dell’intersezione e dell’unione tra due insiemi	194
1.7.	Il prodotto cartesiano	194
1.8.	Rappresentazione di un insieme.....	196
1.9.	Insiemi numerabili.....	197
1.10.	Paradosso di Russell	197
2.	Relazioni binarie.....	197
2.1.	Proprietà di una relazione su un solo insieme.....	198
2.2.	Relazione di equivalenza su un solo insieme	198
2.3.	Relazioni d’ordine su un solo insieme	198
3.	Funzione tra due insiemi.....	198
3.1.	Funzione iniettiva, suriettiva e biiettiva.....	199

Capitolo 4

Insiemi numerici	200	
1.	Gli insiemi numerici N, Z, Q, R, C	200
1.1.	Completezza di R	201
2.	L’insieme dei numeri Naturali N	201
2.1.	Assiomi di Peano.....	201
2.2.	Principio di induzione	202
2.3.	Sistema decimale, esadecimale e sessagesimale.....	202
2.4.	Teorema fondamentale dell’aritmetica	203
2.4.1.	Scomposizione in fattori primi di un numero naturale	203
2.4.2.	Teorema di fattorizzazione unica	203
2.5.	Teorema di Euclide	203
2.7.	La Divisione euclidea.....	204
2.7.1.	Algoritmo di Euclide;.....	204
2.7.2.	L’algoritmo euclideo implementato in TURBO PASCAL	204
3.	I numeri Interi Relativi Z	205
4.	I numeri Razionali Q	205
5.	Numeri irrazionali ed incommensurabili	206
6.	I numeri Reali R	206
6.1	Leggi di composizione su R	206
6.2.	Il valore assoluto di un numero reale.....	207
6.3.	Ordinamento dei numeri reali.....	207
6.4.	Intervalli della retta reale.....	208
7.	I numeri Complessi C	208
7.1.	Operazioni con i Numeri Complessi.....	208
7.2.	Ordinamento dei Numeri Complessi	225
8.	Numeri algebrici e trascendenti.....	225

8.1.	Il numero π	226
8.2.	Il numero e	227
9.	Numeri transfiniti.....	228
10.	Numeri primi e loro proprietà.....	230
11.	Congruenze ed equazioni diofantee.....	232
11.1.	Proprietà delle congruenze.....	232
11.2.	Criteri di divisibilità.....	233
11.3.	Teorema cinese del resto.....	234
12.	Equazioni Diofantee di primo grado.....	235
12.1.	Equazioni Diofantee di secondo grado.....	235
13.	Software di calcolo simbolico.....	236

Capitolo 5

Strutture algebriche.....	238	
1.	Strutture algebriche.....	238
2.	Semigrupperi.....	238
3.	Gruppi.....	238
4.	Omomorfismi ed isomorfismi.....	239
5.	Sottogruppi.....	240
6.	Anelli.....	240
6.1	Anello di Polinomi.....	241
7.	Campi.....	242
7.1.	Campo delle frazioni.....	242

Capitolo 6

Algebra lineare.....	243	
1.	Spazio Vettoriale.....	243
1.1.	Esempi di Spazi Vettoriali.....	243
1.2.	Spazi vettoriali Normati.....	244
1.3.	Sottospazio vettoriale.....	244
1.3.1.	Teorema di caratterizzazione dei sottospazi vettoriali.....	245
1.3.3.	Relazione di Grassmann.....	245
1.4.	Vettori linearmente dipendenti ed indipendenti.....	245
2.	Applicazioni lineari.....	246
3.	Algebra delle Matrici.....	246
3.1.	Matrici rettangolari e quadrate.....	246
3.2.	Matrici triangolari.....	247
3.3.	Addizione di matrici.....	248
3.4.	Moltiplicazione tra matrici.....	248
3.5.	Determinante di una matrice quadrata.....	249
3.6.	Proprietà dei determinanti.....	250
3.7.	Rango di una matrice.....	250
3.8.	Matrice inversa.....	251
3.8.1.	Teorema: di esistenza dell'inversa di una matrice quadrata.....	251
3.9.	Autovalori ed Autovettori di una matrice.....	251
3.10.	Diagonalizzazione di una matrice.....	252
4.	Equazioni e Disequazioni.....	253
4.1.	Equazioni di 1° grado.....	253
4.2.	Equazioni di 2° grado.....	254
4.3.	Equazioni di 3° grado.....	254
4.4.	Cenni storici sulla Teoria delle equazioni.....	254
4.6.	Sistemi di Equazioni.....	255

5.	Disequazioni	256
5.1.	Principi di equivalenza delle disequazioni	256
5.2.	Sistemi di disequazioni.....	257
6.	Sistemi Lineari.....	257
6.1.	Sistemi Lineari Omogenei	257
6.2.	Teorema di Rouchè–Capelli.....	257
6.3.	Regola di Cramer	258
7.	Risoluzione dei sistemi di equazioni lineari	258
7.1.	Interpretazione geometrica.....	258
7.2.	La risoluzione di un sistema con il Metodo della matrice inversa.....	259
7.3.	Sistemi lineari di due equazioni in due incognite x e y	259
7.4.	Il concetto di modello matematico con esempi significativi di applicazioni alla descrizione e risoluzione di semplici problemi di fisica e chimica.....	260
7.5.	Algoritmi e software per la soluzione di sistemi lineari	262
7.5.2.	Software di calcolo Numerico: Derive.....	263
7.5.3.	Sistema lineare di due equazioni in due incognite: Finestra ALGEBRA	264
7.5.4.	Sistema lineare di 2 equazioni in 2 incognite: SOLVE.....	264
7.5.5.	Sistema lineare di 3 equazioni in 3 incognite: SOLVE.....	264
7.5.6.	Risoluzione di un sistema di eq con il Linguaggio di programmazione Pascal.....	264

Capitolo 7

La geometria piana	269	
1.	La geometria Euclidea del piano e dello spazio.....	269
1.1.	Concetti primitivi: punto, retta e piano	270
1.2.	Relazioni tra i concetti primitivi: gli assiomi	270
1.3.	La geometria razionale.....	271
1.4.	Definizioni fondamentali	271
1.5.	La congruenza.....	271
1.5.1.	I criteri di congruenza dei triangoli	272
1.5.2.	I criteri di congruenza dei quadrilateri.....	273
1.5.3.	I criteri di congruenza dei poligoni	274
1.6.	La similitudine.....	274
1.6.1.	La similitudine nei triangoli	274
1.6.3.	Teoremi di Euclide	276
1.6.4.	La similitudine nei poligoni	277
1.7.	Sezione aurea di un segmento.....	278
1.8.	Calcolo della Sezione Aurea	279
1.9.	La geometria euclidea nel piano e nello spazio	280
1.9.1.	Geometria Euclidea nello spazio.....	286
1.9.2.	Il prisma.....	289
1.9.3.	Il parallelepipedo	289
1.9.4.	Il cubo.....	290
1.9.5.	La piramide	291
1.9.6.	Il tronco di piramide.....	291
1.9.7.	I solidi di rotazione.....	292
1.9.8.	Il cono circolare retto	293
1.9.9.	Il tronco di cono retto	294
1.9.10.	La sfera	294
1.10.	Solidi platonici	297
2.	Punti notevoli di un triangolo qualsiasi	298
3.	Rappresentazione tridimensionale e geometria della visione;	299
3.1.	Proiezioni ortogonali.....	299

3.1.1.	Il Metodo di Monge: Rappresentazione di segmenti e di rette.....	300
3.2.	L'assonometria.....	300
3.2.1.	Tipi di assonometrie ricorrenti.....	300
4.	Software di geometria dinamica.....	300
4.1.	DGS.....	301
4.1.1.	Cabri-Géomètre.....	301
4.1.2.	Geogebra.....	301
5.	Geometrie non euclidee.....	302
5.1.	Gli elementi di Euclide.....	302
5.2.	I cinque postulati di Euclide.....	302
5.3.	Tentativi di dimostrazione del V postulato.....	303
5.4.	L'opera di Girolamo Saccheri.....	303
5.5.	Geometria Iperbolica di Lobacevskii.....	304
5.6.	Geometria Ellittica di Riemann.....	305
5.7.	Modelli di Geometrie non euclidee (Klein, Poincaré e Riemann).....	305
5.7.1.	Modello di Klein.....	305
5.7.2.	La geometria iperbolica di Bolyai-Lobacevskij.....	306
5.7.3.	Modello di Poincaré.....	306
5.7.4.	Modello di Riemann.....	307
6.	Programma di Erlangen.....	307
6.1.	Geometria proiettiva.....	307
6.2.	Geometria affine.....	308

Capitolo 8

Goniometria e trigonometria.....



Capitolo 9

Trasformazioni geometriche.....



Capitolo 10

Il metodo analitico.....	311	
1.	Geometria analitica nel piano.....	311
1.1.	Il punto.....	311
1.2.	La retta.....	311
1.2.1.	Equazione di una retta.....	312
1.2.2.	Rette parallele agli assi e passanti per l'origine.....	312
1.2.3.	Rette generiche.....	312
1.2.4.	Calcolo dell'equazione di una retta.....	312
1.2.5.	Fasci di rette.....	312
1.3.	Vettori.....	313
2.	Descrizione di luoghi geometrici classici.....	314
2.1.	Proprietà focali delle coniche.....	314
2.1.1.	Ellisse.....	314
2.1.1.1.	Specchio ellittico.....	315
2.1.2.	Iperbole.....	316
2.1.2.1.	Specchio iperbolico.....	316
2.1.3.	Parabola.....	316
2.1.3.1.	Specchio parabolico.....	316
2.2.	Proprietà analitiche delle coniche.....	317
2.2.1.	La Circonferenza.....	317

2.2.1.1.	Equazione della circonferenza nel piano cartesiano	317
2.2.1.2.	Rappresentazione grafica della circonferenza partendo dall'equazione	317
2.2.1.3.	Alcune condizioni per determinare l'equazione di una circonferenza	318
2.2.2.	La parabola	319
2.2.2.1	Equazione della parabola nel piano cartesiano	320
2.2.2.2	Rappresentazione grafica della parabola partendo dall'equazione.....	321
2.2.2.3	Alcune condizioni per determinare l'equazione di una parabola	321
2.2.3.	Ellisse.....	322
2.2.3.1.	Equazione dell'ellisse nel piano cartesiano	323
2.2.3.2.	Rappresentazione grafica dell'ellisse partendo dall'equazione.....	324
2.2.3.3.	Alcune condizioni per determinare l'equazione di una ellisse	324
2.2.4.	Iperbole	324
2.2.4.1.	Equazione dell'iperbole nel piano cartesiano.....	325
2.2.4.2.	Rappresentazione grafica dell'iperbole partendo dall'equazione	326
2.2.4.3.	Alcune condizioni per determinare l'equazione di una iperbole.....	326
2.2.5.	Le coniche come sezioni di un cono	328
2.2.6.	Equazioni delle coniche in forma parametrica	328
2.2.7	Equazioni delle coniche in forma polare	329
2.2.8.	La versiera di Agnesi	331
3.	Formule di Geometria analitica nel piano	332
4.	Geometria analitica dello spazio	333
4.1.	Il punto.....	333
4.2.	Il piano.....	334
4.3.	Fascio di piani.....	334
4.4.	Equazione di una retta nello spazio	335
4.5.	Rette parallele ed incidenti	335
4.6.	Intersezione tra un piano π ed una retta r	336
4.7.	La Sfera.....	336
4.7.1.	Fasci di Sfer.....	337
4.8.	Equazione di una Circonferenza	337
4.9.	Formule di Geometria analitica dello spazio.....	338

Capitolo 11

Geometria proiettiva.....	
----------------------------------	--



Capitolo 12

Le funzioni.....	342	
1.	Intervalli della retta reale.....	342
2.	Caratteristiche di una funzione reale di variabile reale	343
3.	Le Funzioni continue	350
3.1.	Elementi di topologia della retta reale.....	350
3.2.	Limite di una funzione	351
3.3.	Limiti Notevoli	352
3.4.	Funzione continua in un punto	356
3.5.	Funzione continua in un insieme o un Intervallo.....	357
3.6.	Continuità delle funzioni elementari	357
3.6.1.	La funzione costante	357
3.6.2.	Le funzioni polinomiali.....	357
3.6.3.	Le funzioni goniometriche.....	358
3.6.4.	La funzione esponenziale	358
3.6.5.	La funzione logaritmica	359
3.7.	Operazioni con le funzioni continue	359

3.8.	Principali teoremi sulle funzioni continue	359
3.8.1.	Teorema della permanenza del segno	359
3.8.2.	Teorema di esistenza degli zeri o di Bolzano.....	360
3.8.3.	Teorema di Darboux o di esistenza dei valori intermedi	360
3.8.4.	Teorema di Weierstrass.....	360
3.8.5.	Controesempi:.....	361
3.9.	Continuità delle funzioni monotone	362
3.10.	I punti di discontinuità di una funzione.....	363
3.10.1.	I punti di discontinuità di prima specie.....	363
3.10.2.	I punti di discontinuità di seconda specie.....	363
3.10.3.	I punti di discontinuità di terza specie	364
4.	Funzioni utili alla descrizione di alcuni fenomeni naturali o di situazioni di interesse scientifico	364
4.1	Applicazioni delle funzioni trigonometriche all'astronomia.....	364
4.1.1.	Eratostene e la misura del meridiano terrestre (240 a.C.).....	365
4.1.2.	La misura delle distanze della Terra dal Sole e dalla Luna (235 a.C.)	366
4.1.3.	Ipparco e la misura delle distanze della Terra dal Sole e dalla Luna (135 a.C.)	367
4.1.4.	Applicazioni della funzione logaritmica all'acustica.....	367
4.2	Curva di domanda e di Offerta (Matematica Finanziaria)	368
5.	Software per la rappresentazione grafica delle funzioni.....	369

Capitolo 13

Calcolo differenziale.....	370	
1.	Calcolo differenziale per funzioni ad una variabile	370
1.1.	Il rapporto incrementale.....	370
1.2.	Definizione dei derivata.....	370
1.3.	La derivata sinistra e la derivata destra.....	371
1.4.	Proprietà delle Derivate.....	371
1.5.	Significato geometrico della derivata	372
1.6.	Derivate elementari.....	372
1.7.	Punti di non derivabilità.....	373
1.8.	Teoremi sulle derivate	375
1.8.1.	Teoremi di De L'Hôpital.....	375
1.8.2.	Il Teorema di Rolle	376
1.8.3.	Il Teorema di Lagrange	376
1.8.4.	Il Teorema di Cauchy.....	378
1.9.	Applicazione delle derivate alla fisica classica.....	379
2.	Studio di una funzione reale di variabile reale	379
2.1.	Dominio o insieme di definizione	380
2.2.	Punti di intersezione con gli assi.....	380
2.3.	Asintoti verticali, orizzontali ed obliqui	380
2.4.	Punti di discontinuità	380
2.5.	Simmetrie.....	381
2.6.	Periodicità	381
2.7.	Studio del segno	381
2.8.	Studio della derivata prima	382
2.9.	Punti critici (derivata nulla).....	382
2.10.	Studio della derivata seconda.....	382
2.11.	Relazioni tra le derivate	382
2.12.	Deduzione del grafico della derivata dal grafico della funzione $f(x)$	389
2.13.	Deduzione del grafico di una primitiva dal grafico della funzione $f(x)$	389
3.	Calcolo differenziale per funzioni a più variabili.....	390

3.1.	Le funzioni di più variabili.....	390
3.2.	Norma e prodotto scalare di uno spazio euclideo	390
3.4.	Le linee sezione e le linee di livello.....	391
3.5.	Limiti e continuità delle funzioni di due variabili.....	392
3.6.	Punti interni, esterni e di frontiera.....	392
3.7.	Definizione di limite finito di una funzione a due variabili.....	392
3.8.	Definizione di limite infinito di una funzione a due variabili.....	393
3.9.	Definizione di funzione continua	393
3.10.	Le derivate parziali.....	394
3.11.	Il piano tangente.....	395
3.12.	Le derivate successive.....	395
3.12.1.	Teorema di Schwartz.....	395
3.13.	Il differenziale totale.....	396
3.14.	Massimi e minimi d'una funzione di due variabili.....	396
3.14.1.	Definizione di punto di massimo e di minimo.....	396
3.14.2.	Calcolo dei punti di massimo e di minimo.....	396

Capitolo 14

Calcolo integrale.....	398	
1.	Integrali indefiniti.....	398
1.1.	Teorema fondamentale del calcolo integrale	398
1.2.	Integrali elementari.....	399
1.3.	Regole d'Integrazione.....	400
1.4.	Funzioni razionali fratte	401
1.5.	Metodo di Integrazione per parti.....	402
1.6.	Metodo di Integrazione per sostituzione.....	403
2.	Integrali definiti.....	408
2.1.	Integrale di Riemann.....	409
2.2.	Teorema della somma inferiore e superiore di una funzione	409
2.3.	La misura di un insieme secondo Peano-Jordan.....	410
2.4.	Caratterizzazione delle funzioni integrabili	410
2.5.	Integrabilità delle funzioni continue.....	410
2.6.	Primo Teorema fondamentale del calcolo integrale	410
2.7.	Secondo Teorema fondamentale del calcolo integrale.....	410
2.8.	Formula di Newton-Leibnitz.....	410
2.9.	Teorema della media o del Valor medio:.....	412
2.10.	Proprietà degli integrali definiti.....	413
2.11.	Area tra due curve.....	416
2.12.	Volume di rotazione	416
2.13.	Lunghezza di una curva	417
3.	Integrali Impropri.....	418
3.1.	Integrali Impropri su intervallo limitato	418
3.1.1.	Criteri di convergenza.....	418
3.1.1.1.	Criterio del confronto	418
3.1.1.2.	Criterio del confronto asintotico.....	418
3.2.	Integrali Impropri su intervallo illimitato	419
3.2.1.	Criteri di convergenza.....	421
3.2.1.1.	Criterio del confronto	421
3.2.1.2.	Criterio del confronto asintotico.....	422
3.3.	Funzione Integrale	422
4.	Studio della Funzione Integrale.....	423
4.1.	Studio della derivata.....	423

Capitolo 15

Successioni e serie	425
1. Successione numerica.....	425
1.1. Limite di una successione.....	427
1.2. Teorema del limite delle sottosuccessioni	427
1.3. Teorema sui limiti delle successioni monotone.....	427
1.4. Progressioni aritmetiche	427
1.4.1. Proprietà delle progressioni aritmetiche.....	428
1.5. Progressioni geometriche.....	428
1.5.1. Proprietà delle progressioni geometriche.....	429
2. Serie numeriche.....	430
2.1. Carattere di una serie.....	430
2.2. Serie geometrica:.....	430
2.3. Numeri periodici semplici e misti:	431
2.4. Criteri di Convergenza	431
2.5. Serie a segni alterni.....	433
2.5.1. Teorema di Leibnitz	433
2.6. Serie assolutamente convergenti	434
3. Successioni di funzioni.....	434
3.1. Teorema sulla continuità del limite.....	435
3.2. Criterio di Cauchy per la convergenza uniforme	435
4. Serie di funzioni	435
4.1. Convergenza puntuale, assoluta ed uniforme	435
4.2. Serie di potenze	436
4.2.1. Teoremi sulla convergenza di una serie di potenze	436
4.2.2. Teorema di Cauchy-Hadamard	436
4.2.3. Teorema di D'Alembert	436
4.2.4. La serie derivata.....	437
4.2.5. Teorema sul raggio di convergenza della serie derivata.....	437
4.2.6. Teorema di derivazione di una Serie di Potenze.....	437
4.3. Serie di potenze di punto iniziale	438
4.4. Serie di Taylor.....	438
4.5. Serie di MacLaurin.....	438
4.5.1. Sviluppabilità di una Serie di potenze	438
4.5.2. Criterio di sviluppabilità in Serie di Taylor.....	438
4.5.3. Sviluppi in serie di MacLaurin	440
4.5.4. Formula di Eulero.....	441
4.6. Serie di Fourier.....	441
4.6.1. Polinomio trigonometrico.....	441
4.6.2. Coefficienti di Fourier e Serie di Fourier.....	441
4.6.3. Teorema sulla convergenza puntuale delle Serie di Fourier	442
4.6.4. Teorema sulla convergenza uniforme delle Serie di Fourier	442
4.6.5. Esempi di funzioni sviluppabili in Serie di Fourier	442
4.6.6. Disuguaglianza di Bessel	443

Capitolo 16

Equazioni differenziali	444
1. Equazioni differenziali del primo ordine	444
1.1. Problema di Cauchy di un eq. diff. del primo ordine	444
1.2. Teorema di Cauchy per eq. diff. del primo ordine	445
1.3. Equazioni differenziali lineari del primo ordine: Metodo delle variabili separabili	445
1.4. Equazione differenziale di Lagrange	445

1.5.	Equazione differenziale di Bernoulli.....	446
1.6	Equazione differenziale di Clairaut.....	446
2.	Equazioni differenziali del secondo ordine	447
2.1.	Problema di Cauchy di un equazioni differenziali del secondo ordine	447
2.2.	Teorema di Cauchy per equazioni differenziali del secondo ordine.....	448
2.3.	Equazioni differenziali del secondo ordine ed omogenea	448
2.4.	Equazioni differenziali del secondo ordine e non omogenea.....	449
3.	Il moto di un punto soggetto a una forza (peso) di tipo semplice in meccanica elementare.....	450
3.1	Grave in caduta libera verso il basso	450
3.2	Grave in caduta verso l'alto	450
3.3	Grave in caduta libera verso il basso in un liquido viscoso	451

Capitolo 17

Analisi numerica	452	
1.	Introduzione.....	452
2.	L'errore e la sua approssimazione.....	452
2.1.	Errore assoluto e relativo	453
2.2.	La teoria degli errori	453
2.2.1.	Errore quadratico medio semplice	454
2.2.2.	Errore quadratico medio ponderato	454
3.	Interpolazione numerica	455
3.1	Interpolazione di Lagrange	455
3.1.1.	Errore del polinomio di Lagrange	456
3.2.	Interpolazione di Newton	456
4.	Risoluzione approssimata di equazioni	457
4.1.	Metodo di bisezione.....	457
4.2.	Metodo di Newton o delle tangenti.....	458
4.3.	Metodo di Lagrange o delle secanti	458
4.4.	Metodo di Picard o del punto unito	459
5.	Integrazione numerica.....	460
5.1.	Metodo dei rettangoli	460
5.2.	Metodo dei trapezi (o di Bezout).....	461
5.3.	Metodo di Cavalieri-Simpson (o delle parabole).....	462
5.4.	Estensione dei metodi a funzioni di segno qualunque.....	463
6.	Software per l'elaborazione numerica.....	464

Capitolo 18

Probabilità.....	465	
1.	Calcolo combinatorio.....	465
2.	Calcolo delle Probabilità	467
2.1.	Definizioni di Probabilità.....	467
2.1.1.	Probabilità Classica	467
2.1.2.	Probabilità Frequentista	468
3.	Teorema di Bayes	468
4.	Distribuzioni discrete e distribuzioni continue.....	469
4.1.	Disuguaglianza di Chebishev	470
4.2.	Distribuzione Binomiale o di Bernoulli.....	471
4.3.	Leggi dei grandi Numeri	472
4.4.	Distribuzione Ipergeometrica	472
4.5.	Distribuzione di Poisson.....	473
4.6.	Distribuzione Normale o di Gauss	473

4.7.	Distribuzione Uniforme.....	474
------	-----------------------------	-----

Capitolo 19

Matematica finanziaria e matematica attuariale	475
1. Matematica finanziaria.....	475
1.1. Capitalizzazione semplice.....	475
1.2. Formule inverse in regime di Capitalizzazione semplice	476
1.3. Capitalizzazione composta	476
1.4. Formule inverse in regime di Capitalizzazione composta.....	477
1.5. La capitalizzazione continua.....	477
1.6. Formule inverse in regime di Capitalizzazione continua.....	478
1.7. Rendite annue	478
1.8. Calcolo del montante di una rendita annua.....	478
1.9. Calcolo del valore attuale di una rendita annua.....	478
1.10. Rendite frazionata	479
1.11. Calcolo del montante e del valore attuale di una rendita frazionata	479
2. Matematica Attuariale.....	479
2.1 Le pubbliche tavole demografiche	479
2.2 Tasso di mortalità e di sopravvivenza.....	479
2.3 Le assicurazioni.....	480
2.4 La stipula di un contratto di assicurazione	480
2.5 I premi	480
2.6 Tipi di assicurazioni	480
2.7 I calcoli attuariali	481
2.8 I Premi assicurativi.....	481
2.9 Premio unico in caso di morte	482
2.10 Premio unico differito	482
2.11. Copertura mista	482
2.12 Rendita vitalizia.....	483

Capitolo 20

Statistica univariata e bivariata. Rinvio	484
Quiz.....	485
Risposte commentate.....	493

Appendice

Raccolta di formule matematiche

1.	Aritmetica e algebra (Teoria degli Insiemi, Rappresentazioni dei numeri e operazioni aritmetiche; algebra dei polinomi; equazioni, disequazioni e sistemi)	507
2.	Geometria Euclidea e cartesiana.....	537
3.	Insiemi e funzioni (Proprietà delle funzioni e delle successioni; Funzioni e successioni elementari; Calcolo differenziale; Calcolo integrale) con richiami di Teoria ed esercizi esemplificativi	583
4.	Probabilità e statistica (Statistica descrittiva; Probabilità di un evento; Dipendenza probabilistica; Variabili aleatorie; Distribuzioni) con richiami di Teoria ed esercizi esemplificativi	617