

CAPITOLO 3

LOGICA MATEMATICA E NUMERICA

SOMMARIO 1. Abilità di calcolo. - 1.1. L'addizione e la sottrazione. - 1.2. La moltiplicazione. - 1.3. La divisione. - 2. Le medie. - 2.1. Media aritmetica. - 3. Le frazioni. - 3.1. Addizione e sottrazione di frazioni. - 3.2. Moltiplicazione di frazioni. - 3.3. Divisione di frazioni. - 4. Proporzioni. - 5. Le percentuali. - 5.1. Calcolo percentuale - trovare la quantità percentuale. - 5.2. Dalla percentuale alla frazione. - 5.3. Dalla frazione alla percentuale. - 5.4. Variazione percentuale. - 6. Equivalenze e conversioni tra unità di misura. - 7. Spazio, tempo, velocità e velocità media - 8. Calcolo combinatorio. - 8.1. Permutazioni (semplici). - 8.2. Permutazioni di n elementi di cui k uguali. - 8.3. Permutazioni con ripetizioni. - 8.4. Combinazioni (semplici). - 9. Teoria della Probabilità. - 9.1. Definizione classica di probabilità. - 9.2. Probabilità totale. - 9.3. Probabilità composta. - 9.3.1. Eventi compatibili indipendenti. - 9.3.2. Eventi compatibili dipendenti. - 9.4. Correlazione positiva e negativa. - 10. Serie numeriche. - 11. Serie alfabetiche. - 12. Serie alfanumeriche. - 13. Ragionamento numerico deduttivo. - 14. Ragionamento critico numerico. - 15. Interpretazioni di grafici e tabelle.

Introduzione.

I quiz di logica aritmetica, matematica e numerica sono rivolti alla risoluzione di problemi di natura logico - numerica, che richiedono capacità di ragionamento, abilità di calcolo mentale e intuito logico-matematico.

Nei casi più frequenti, per risolvere determinati quiz di logica numerica occorre conoscere gli argomenti fondamentali di aritmetica (operazioni aritmetiche, frazioni, percentuali, proporzioni ecc.) corrispondenti a nozioni di base, riconducibili ai programmi ministeriali affrontati nella scuola superiore, compresa la conoscenza di alcune nozioni di algebra.

Le principali tipologie sono legate a:

- abilità di calcolo
- operazioni aritmetiche
- frazioni e proporzioni
- percentuali
- medie aritmetiche
- conversioni tra frazioni e numeri decimali
- conversioni tra unità di misura
- spazio, tempo e velocità
- Interpretazione di grafici e tabelle
- Sequenze di numeri e lettere

1. Abilità di calcolo.

Non c'è nulla di male nel servirsi della tecnologia quando è possibile farlo, ma allo stesso tempo è una buona cosa mantenere allenata la nostra mente al calcolo. La reattività analitica del cervello è fondamentale, soprattutto quando i calcoli riguardano la quotidianità.

L'abilità di calcolo è fondamentale nella risoluzione dei quesiti di tipo logico numerico in quanto ci aiuta a ridurre al minimo i tempi di risoluzione dei quesiti. Naturalmente è necessario possedere una buona dimestichezza con le operazioni fondamentali di calcolo onde poter affrontare in tempi ragionevoli le varie tipologie di quiz.

Teniamo inoltre presente che un calcolo preciso non è sufficiente da solo a garantire la risoluzione di un quesito, se non viene anche accompagnato da una buona elasticità mentale e da una necessaria rapidità nell'esecuzione del calcolo stesso.

Per avere un'idea della nostra abilità nel calcolo mentale, proponiamo una serie di quesiti in cui è necessario svolgere operazioni in maniera veloce. Tali esercizi hanno bisogno di una rapida analisi per individuare che tipo di operazione bisogna effettuare e quindi il successivo calcolo preciso e possibilmente rapido per arrivare al risultato cercato.

ESEMPI

1) Un cinema ha 15 file con 12 posti a sedere, 10 file con 10 posti a sedere e 8 file con 8 posti. Quanti sono i posti a sedere totali del cinema?

Soluzione: $(15 \times 12) + (10 \times 10) + (8 \times 8) = 180 + 100 + 64 = 344$

2) Se una biglia pesa 3 g, quanto peserà un sacchetto contenente 130 biglie?

Soluzione: $3 \text{ g} \times 130 = 390 \text{ g}$

3) 11 amici escono a cena per festeggiare il compleanno di uno di loro. Quando il cameriere porta il conto, calcolano che ciascuno dovrebbe pagare 20 euro. Tuttavia decidono di non far pagare il festeggiato: quindi quanto dovrà spendere ciascuno degli altri amici?

Soluzione: in 11 avrebbero dovuto pagare 20 euro a testa, il totale risulta quindi essere di 220 euro. Poiché il festeggiato non pagherà, la somma sarà divisa tra i dieci amici, che, quindi, pagheranno 22 ($220/10$) euro a testa.

4) La ricetta per 12 muffin richiede 240 grammi di farina. Luigi decide di prepararne solo otto per una cena con amici. Di quanti grammi di farina ha bisogno Luigi?

Soluzione: per ogni muffin servono 20 grammi di farina ($240/12$). Per 8, quindi, 160

grammi (20×8).

5) Morgana deve distribuire un bonus di produzione di 3.500 euro tra i suoi quattro dipendenti. Progetta di destinarne la metà a Olivier, un quarto a Getulio, un quinto a Lario e un decimo a Sasha. Così facendo:

Soluzione: la metà di 3500 è 1750. Un quarto è 875. Un quinto è 700. Un decimo è 350. Quindi: $1750 + 875 + 700 + 350 = 3.675$. Perciò: $3.500 - 3.675 = -175$ ossia eccederebbe il bonus complessivo di 175 euro

6) Una squadra di 15 operai edifica un palazzo in 30 giorni. Quanti giorni avrebbe impiegato una squadra di 9 operai?

Soluzione: se 15 operai svolgono il lavoro in 30 giorni, lo stesso lavoro verrà svolto da un solo operaio in $30 \text{ giorni} \times 15 \text{ operai} = 450 \text{ giorni}$. A questo punto, per sapere quanto impiegherebbero 9 operai, è sufficiente calcolare $450 / 9 = 50$.

Come si può evincere anche dagli esempi precedenti, le quattro operazioni ci permettono di risolvere esercizi di vario genere e la velocità di calcolo, ovviamente, è essenziale. La velocità di calcolo si acquisisce attraverso una pratica continua, può comunque risultare utile illustrare alcune tecniche di calcolo veloce anche se l'esercizio, possibilmente continuo, fa la differenza.

Prerequisiti essenziali richiesti per la risoluzione di quesiti in cui occorre mostrare le abilità di calcolo:

- Conoscere bene il nostro sistema di numerazione decimale.
- Ricordare perfettamente le tabelline della moltiplicazione da 1×1 a 12×12 .
- Sapere cosa siano e come si applicano le proprietà commutativa, associativa e distributiva

Conoscere bene il nostro sistema di numerazione decimale.

Nella scrittura di un numero decimale si distinguono due parti: la parte intera, che è quella prima della virgola e la parte decimale che è quella dopo la virgola.

Ciascuna cifra ha un valore che dipende dalla posizione che essa occupa nel numero stesso. Tale valore si chiama valore posizionale della cifra.

ESEMPIO

sapere che il "7" nel numero 7654 rappresenta le migliaia, ovvero "7000", "6" le centinaia, cioè 600, "5" le decine, cioè 50, "4" le unità; oppure che in 0,2576 il "2" rappresenta il decimo, il "5" rappresenta il centesimo e il "7" rappresenta il millesimo)

Procedendo da destra verso sinistra, il valore posizionale delle cifre aumenta di 10 volte per ogni posto (o ordine). Il nostro sistema posizionale è detto in base 10

perché ci vogliono 10 unità di un posto (o ordine) per formare 1 unità del posto superiore.

ESEMPIO

10 unità = 1 decina

10 decine = 1 centinaio

10 centinaia = 1 migliaio

Grazie a questo sistema, possiamo scrivere ogni numero come una somma di centinaia, decine, unità, decimi, e così via.

Questa scrittura si chiama forma polinomiale del numero. Il termine deriva da polinomio che significa molti nomi.

ESEMPIO

$$35 = 30 + 5 = (3 \times 10) + (5 \times 1)$$

$$872 = 800 + 70 + 2 = (8 \times 100) + (7 \times 10) + (2 \times 1)$$

$$2054 = 2000 + 50 + 4 = (2 \times 1000) + (5 \times 10) + (4 \times 1)$$

La forma polinomiale di un numero sembra complicata ma in realtà può semplificare notevolmente i calcoli.

Bisogna anche ricordare perfettamente:

- le tabelline dell'addizione da 1+1 a 9+9;
- le potenze di 2 da 2^0 a 2^{10} ;
- le potenze di 3 da 3^0 a 3^5
- i quadrati dei numeri da 1 a 20;
- i cubi dei numeri da 1 a 10;
- i numeri primi da 2 a 53;

Potenze di 2

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Potenze di 3

3^0	3^1	3^2	3^3	3^4	3^5
1	3	9	27	81	243

Numeri primi da 2 a 53

2 -3 -5 -7 -11 -13 -17 -19 -23 -29 -31 -37 -41 -43 -47 -53

QUADRATI E CUBI		
Numero	Quadrato	Cubo
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000
11	121	
12	144	
13	169	
14	196	
15	225	
16	256	
17	289	
18	324	
19	361	
20	400	

Sapere cosa siano e come si applicano le proprietà commutativa, associativa e distributiva.

Vediamo con degli esempi cosa sono e come si applicano le proprietà commutativa, associativa e distributiva nelle operazioni

Proprietà commutativa

dell'addizione

$$3 + 2 = 2 + 3$$

della moltiplicazione