

CONCORSO SCUOLA
PROVA ORALE 2025

TEORIA e LEZIONI SIMULATE di MATEMATICA

NLD
CONCORSI

PREMESSA

Il Volume *Teoria e Lezioni simulate di Matematica*, NLD concorsi 2025, è stato predisposto per assicurare una preparazione completa alla prova orale del **Concorso scuola 2025**.

Il manuale si articola in **cinque** parti:

- la **prima** contiene la descrizione delle **metodologie** e **strategie didattiche**, un conciso esame delle tipologie di **lezioni**, della **didattica** per progetti, nonché l'inquadramento degli **stili cognitivi** e di **apprendimento** e del **setting didattico**. Sono, inoltre, illustrati i criteri di valutazione degli apprendimenti, anche alla luce della **Riforma del voto in condotta** di cui alla L. 1° ottobre **2024**, n. 150;
- la **seconda** offre una approfondita trattazione teorica di **matematica**;
- la **terza** contiene numerose **Lezioni simulate di matematica** sviluppate secondo una **griglia** che ne mette in risalto gli **obiettivi formativi** e di **apprendimento**, le **finalità**, i **tempi**, gli **strumenti**, le **metodologie** e le **strategie didattiche**, l'**osservazione sistematica** del docente e, in ultimo, la **verifica** e la **valutazione**. In apertura della Parte è inserita un'utilissima **guida** alla compilazione della griglia, per la progettazione della lezione;
- la **quarta** dà atto del ruolo della **digitalizzazione** nella scuola e nella **didattica interattiva** (LIM, Tablet, Smartphone, Monitor Touch Screen, E-Book), con un *focus* sul ruolo didattico dei **social network**. Completa la trattazione un approfondimento sulle operazioni di base e le funzionalità di **Power Point**;
- la **quinta** fornisce le basi per affrontare l'accertamento delle capacità di comprensione e conversazione in **lingua inglese** almeno al livello B2.

Il Manuale permette, infine, l'accesso ad una **estensione online** consultabile con apposita *password* per rimanere aggiornati sulle **materie oggetto d'esame**.

SOMMARIO

Parte I

La lezione simulata: tipologie, fasi e apprendimento

Capitolo 1

Metodologie e strategie didattiche per un apprendimento efficace	3
1. Metodologia, metodo di insegnamento e metodo di apprendimento.	3
1.1. Insegnare e apprendere attraverso la trasmissione del sapere	4
1.2. Insegnare e apprendere per imitazione	4
1.3. I metodi didattici classici	5
1.3.1. Metodo analitico	5
1.3.2. Metodo globale	5
1.3.3. Metodo naturale	5
1.3.4. Metodo direttivo	5
2. La lezione	6
2.1. Tipologie e fasi della lezione	7
2.2. La lezione logocentrica	7
2.3. La lezione psicocentrica.	7
2.4. La lezione empiriocentrica	8
2.5. Lo svolgimento della lezione	8
2.5.1. Fase iniziale: l'avvio della lezione per catturare	8
2.5.2. Fase centrale: Il corpo della lezione per puntare all'essenza	8
2.5.2.1. <i>Spaced learning</i>	9
2.5.3. Fase finale: la conclusione per connettere	9
3. La motivazione ad apprendere.	9
4. Metodologie attive e partecipative.	10
5. Apprendimento cooperativo o <i>Cooperative Learning</i>	10
5.1. <i>Cooperative Learning</i> informale e formale	11
5.1.1. Jigsaw Puzzle.	12
5.1.2. <i>Debate</i>	12
5.2. Il <i>problem solving</i>	12
5.2.1. <i>Role playing</i>	13
5.2.2. <i>Action Maze</i>	13
5.2.3. Il <i>circle time</i>	14
5.2.4. Lo studio dei casi	14
5.3. Le comunità di pratica	14
5.4. <i>Tutoring</i>	14
5.4.1. <i>Peer tutoring</i>	14
5.4.2. <i>Peer teaching</i>	15
5.4.3. Il compito autentico	15
5.4.4. <i>Mentoring</i>	15
5.5. L'istruzione programmata	15
6. Una panoramica sulla didattica: dagli anni Cinquanta al costruttivismo	15
6.1. La didattica oggi.	16
6.2. La questione dell'educazione degli adulti (EDA)	16
7. La didattica per problemi	17
8. Definizione di apprendimento.	17
8.1. Stili cognitivi	18
8.2. Stili di apprendimento e canali sensoriali	18
8.3. L'apprendimento per problemi e il <i>problem solving</i>	19

8.3.1.	Il <i>focus group</i>	19
8.3.2.	La didattica per scoperta	19
8.3.3.	La ricerca-azione e la ricerca sperimentale	19
8.4.	L'apprendimento per padronanza: il <i>mastery learning</i>	20
8.4.1.	L' <i>outdoor education</i>	21
8.5.	L'apprendimento per outdoor training	21
8.5.1.	La <i>Philosophy for children</i>	21
8.6.	Le <i>life skills</i>	22
9.	La didattica per progetti	22
10.	La didattica laboratoriale.....	22
10.1.	<i>Tinkering</i>	23
10.2.	TEAL	23
11.	La didattica metacognitiva	23
11.1.	La metodologia CLIL	24
12.	La didattica con le mappe.....	24
12.1.	<i>Brain-storming</i>	25
13.	La didattica motivazionale.....	25
14.	La didattica disciplinare	26
15.	La didattica dell'errore	26
16.	La didattica orientativa	26
17.	La didattica speciale	26
18.	La didattica multimediale	27
19.	<i>Flipped classroom</i>	27
20.	EAS, Episodi di Apprendimento Situato e didattica per competenze.....	28

Capitolo 2

L'apprendimento	31
1. Una definizione di apprendimento.....	31
2. Il comportamentismo.....	31
2.1. Il condizionamento classico. Pavlov e Watson.	31
2.2. Il condizionamento operante.	32
3. Cognitivismo e costruttivismo	32
3.1. Bandura e l'apprendimento sociale.....	33
3.2. L'apprendimento per insight o intuizione	33
3.3. Tolman: apprendimento per mappe cognitive / apprendimento latente	33
3.4. L'apprendimento autodiretto.	34
4. De Bono e il pensiero laterale	34
5. Il Metodo Feuerstein.....	35
6. L'apprendimento significativo: Ausebel, Novak Jonassen	36
7. L'apprendimento cognitivo-sociale di Mischel.....	36
8. Socialcostruttivismo e apprendimento.....	37
9. Le dimensioni dell'interazione sociale di Doise	37
10. Stili cognitivi e di apprendimento	38
10.1. Modello di Kolb	38
10.2. Modello di Greorc.....	40
10.3. Modello di Sternberg.....	43
11. Stili cognitivi e strategie di insegnamento/apprendimento: metodo multisensoriale, metodo VAK, modello Felder-Silverman	43

Capitolo 3

La valutazione degli apprendimenti	45
1. La valutazione quali-quantitativa.....	45

1.1.	La valutazione del docente e la valutazione collegiale	46
1.2.	Valutazione nella Scuola dell'infanzia e nella Scuola primaria.....	47
1.3.	Valutazione nella Scuola secondaria di I grado	50
1.3.1.	Il Nuovo Modello Nazionale di Consiglio di Orientamento introdotto dal D.M. 14 novembre 2024, n. 229	51
1.4.	La valutazione del comportamento e della condotta nel primo ciclo di istruzione.....	52
1.5.	Valutazione nella Scuola secondaria di secondo grado	53
1.6.	La valutazione del comportamento e della condotta nel secondo ciclo di istruzione.....	54
1.7.	Valutazione degli studenti affetti da disabilità.	54
1.8.	Valutazione degli studenti con DSA	55
1.9.	Valutazione degli studenti con DES	56
1.10.	Valutazione degli studenti con altri BES: svantaggio socio-economico e svantaggio socio-culturale	56
1.11.	Valutazione con altri BES: svantaggio linguistico, alunni stranieri, alunni adottati e neo adottati.....	57
1.12.	Valutazione degli alunni con altri BES: alunni in ospedale	58
1.13.	La valutazione degli alunni con alto potenziale intellettuale/cognitivo (<i>gifted children</i>)	59
1.14.	La valutazione degli studenti-atleti.....	59
1.15.	Gli I.D.E.I. (Interventi Didattici Educativi Integrativi) e i corsi di recupero.....	60
1.16.	La validità dell'anno scolastico.....	61
1.17.	La valutazione degli alunni: contenzioso e orientamenti giurisprudenziali	61
2.	La certificazione delle competenze	63
2.1.	Certificazione delle competenze nel primo ciclo di istruzione	65
2.2.	Certificazione delle competenze nel secondo ciclo di istruzione	67
2.3.	Le prove standardizzate INVALSI	68
2.4.	Le prove INVALSI per gli alunni con BES (disabilità, DES_DSA, DES_altri svantaggi).....	69
2.5.	La valutazione degli alunni nei sistemi internazionali	70
2.6.	Credito scolastico e credito formativo	71
2.7.	Valorizzazione delle eccellenze	72
2.8.	I percorsi di orientamento.....	73
2.9.	Curriculum dello studente	76
2.10.	E-portfolio.....	77
2.11.	Il "capolavoro"	77
2.12.	Altre certificazioni	78
3.	L'Esame di Stato, generalità.....	79
3.1.	L'esame di Stato al termine del primo ciclo di istruzione	79
3.2.	L'esame di Stato al termine del secondo ciclo di istruzione	80
3.3.	L'esame di Stato per alunni con BES.....	82
3.4.	L'esame di Stato: contenzioso e orientamenti giurisprudenziali.....	84
3.5.	La nuova legge di riforma del voto in condotta e della valutazione degli apprendimenti	84
3.5.1.	I contenuti della riforma	85

Capitolo 4

L'ambiente di apprendimento	91
1. L'ambiente di apprendimento o <i>setting</i> didattico.	91
1.1. Ambienti di apprendimento centrati sul docente e sul discente.....	92
2. Cambiamento nel ruolo del docente e dello studente in un ambiente di apprendimento centrato sullo studente	92

2.1.	Primo ciclo	92
2.2.	Secondo ciclo.....	93
3.	Il laboratorio come ambiente di apprendimento	95

Capitolo 5

La prova orale nel concorso Scuola 2025		97
1.	Indicazioni generali.....	97
1.1	L'Allegato A del D.M. 26 ottobre 2023 n. 205: i programmi concorsuali per concorso docenti scuola secondaria.....	98
2.	La lezione simulata: impostazione e parametri di valutazione	98

Parte II

Nozioni di Matematica

Capitolo 1

Storia della matematica.....		103
1.	La Matematica nella Preistoria	103
2.	La matematica greca.....	103
2.1.	La quadratura del cerchio.....	104
2.2.	La trisezione dell'angolo.....	104
2.3.	La duplicazione del cubo	104
2.4.	Gli elementi di Euclide.....	104
3.	La matematica araba	105
4.	La matematica occidentale.....	106
4.1	La nascita del calcolo differenziale ed infinitesimale.....	107
5.	La matematica moderna	108
6.	Libri divulgativi di matematica	108

Capitolo 2

Il linguaggio ed i simboli della matematica	110
1. Metodo assiomatico.....	110
1.1. Sistema Ipotetico-Deduttivo	110
1.1.1. Concetti primitivi	110
1.1.2. Teoremi e dimostrazioni.....	110
1.1.3. Definizioni.....	110
1.1.4. Assiomi e postulati.....	111
1.2. Sistema assiomatico moderno	111
1.3. Coerenza, indipendenza, completezza	111
1.3.1. La coerenza	111
1.3.2. L'indipendenza.....	111
1.3.3. La completezza	111
2. Il linguaggio della matematica	112
3. Simboli della matematica	112
4. Logica delle proposizioni	113
4.1. Congiunzione e disgiunzione logica.....	113
4.2. Equivalenza logica	114
4.3. Implicazione e coimplicazione	115
4.4. Tautologie.....	115
4.5. Logica delle deduzioni.....	116
5. Logica dei predicati	119
5.1. Quantificatore universale ed esistenziale	120

5.2.	Condizione necessaria e condizione sufficiente	120
------	--	-----

Capitolo 3

La Teoria degli insiemi	122
1. La Teoria degli insiemi	122
1.1. Concetti fondamentali	122
1.2. La Cardinalità di un insieme	123
1.3. Gli assiomi della teoria "ingenua" di Cantor	123
2. Simboli della Teoria degli insiemi	124
2.1. Rappresentazione di un insieme	124
2.2. Sottoinsieme, Insieme delle parti e Partizione di un insieme	125
2.3. Operazioni tra gli insiemi	126
2.4. Proprietà dell'intersezione e dell'unione tra due insiemi	130
2.5. Il prodotto cartesiano	130
2.6. Insiemi numerabili	132
2.7. Il Paradosso di Russell	132
3. Relazioni binarie	132
3.1. Proprietà di una relazione su un solo insieme	132
3.2. Relazione di equivalenza su un solo insieme	133
3.3. Relazioni d'ordine su un solo insieme	133
3.4. Classi di equivalenza e Insieme quoziente	134
4. Funzioni tra due insiemi qualsiasi	135
4.1. Definizione di funzione	135
4.2. Variabile dipendente e variabile indipendente	136
4.3. Il Dominio di una funzione	136
4.4. Codominio della funzione	136
4.5. Immagine e controimmagine della funzione	136
4.6. Funzione iniettiva	138
4.7. Funzione suriettiva	139
4.8. Funzione biunivoca o biiettiva	140
4.9. Funzione inversa	140
4.10. Funzione identica e funzione composta	141
4.11. Classificazione delle funzioni reali a variabili reali	141
4.12. Il segno della funzione	142
4.13. Funzione pari e dispari	142
4.14. Forma implicita ed esplicita di una funzione algebrica classica	142
4.15. Funzioni logaritmiche ed esponenziali in forma implicita ed esplicita	143

Capitolo 4

Elementi di Calcolo Combinatorio	144
1. Il calcolo combinatorio	144
1.1. I Coefficienti binomiali	144
1.2. Permutazioni semplici	144
1.3. Permutazioni con ripetizione	145
1.4. Disposizioni semplici di n oggetti distinti di classe k ($k \leq n$)	145
1.5. Disposizioni con ripetizione di n oggetti distinti di classe k ($k \leq n$)	145
1.6. Combinazioni semplici di n oggetti distinti di classe k ($k \leq n$)	145
1.7. Combinazioni con ripetizione di n oggetti distinti di classe k ($k \leq n$)	146
2. Formula del binomio di Newton	146
3. Regole di calcolo per lo sviluppo della potenza di un binomio	146

Capitolo 5

Aritmetica.....	148
1. Classificazione dei numeri	149
1.1 Numeri interi, positivi, negativi: insiemi N e Z	149
1.2 Numeri decimali limitati e illimitati: insiemi Q , I , R	149
2. Gli insiemi numerici	149
2.1 L'insieme dei numeri naturali	150
2.1.1 Gli Assiomi di Peano.....	150
2.1.2 Il Principio di induzione	150
2.2 L'insieme dei numeri interi relativi.....	151
2.3 L'insieme dei numeri razionali	151
2.4 Numeri Irrazionali e Numeri Incommensurabili.....	152
2.5 L'insieme dei numeri reali	152
2.5.1 Leggi di composizione su R	153
2.5.2 Il valore assoluto di un numero reale.....	153
2.5.3 Intervalli della retta reale.....	153
2.6 L'insieme dei numeri complessi	154
2.6.1 Operazioni con i Numeri Complessi.....	154
2.6.2. Operazioni con i Numeri Complessi.....	154
2.6.3. Forma algebrica di un numero complesso	155
2.6.4. Forma trigonometrica di un numero complesso.....	155
2.6.5. Forma esponenziale di un numero complesso	156
2.6.6. Formule di Eulero.....	157
2.6.7. Esercizi vari sui numeri complessi.....	157
2.6.8. Ordinamento dei numeri complessi	161
2.7 Numeri algebrici e trascendenti.....	161
2.7.1. Il numero π pi-greco	161
2.7.2. Il numero "e" o numero di Nepero	163
2.8 Numeri transfiniti.....	163
2.8.1. L'insieme Z è numerabile.....	164
2.8.2. L'insieme Q è numerabile	164
2.8.3. L'insieme R non è numerabile	165
3. Le quattro operazioni	165
3.1 Addizione	165
3.1.1 Definizione	165
3.1.2 Proprietà.....	166
3.1.3 Addizione fra numeri interi e fra numeri decimali	166
3.2. Sottrazione.....	166
3.2.1 Definizione	166
3.2.2 Proprietà.....	166
3.2.3 Sottrazione fra numeri interi e fra numeri decimali	167
3.3 Moltiplicazione.....	167
3.3.1 Definizione	167
3.3.2 Proprietà.....	167
3.3.3 Moltiplicazione fra numeri interi e fra numeri decimali	167
3.3.4 Regole utili per il calcolo.....	168
3.4 Divisione.....	168
3.4.1 Definizione	168
3.4.2 Proprietà.....	168
3.4.3 Divisione con numeri decimali	168
3.4.4 Regole utili per il calcolo.....	169
3.5 La Tavola pitagorica.....	169

4.	Espressioni aritmetiche	169
4.1	Risoluzione di una Espressione aritmetica	169
5.	La potenza	170
5.1	Definizione	170
5.2	Proprietà delle potenze	170
6.	Criteri di divisibilità e numeri primi	171
6.1	Multipli e divisori	171
6.2	Criteri di divisibilità.....	171
6.3	Numeri primi.....	171
6.4.	La Teoria dei numeri ed i numeri primi	172
7.	Massimo Comune Divisore e minimo comune multiplo.....	173
7.1	Scomposizione in fattori primi.....	173
7.2.	Teorema di Euclide	174
7.3.	Teorema di fattorizzazione unica o Teorema fondamentale dell'Aritmetica.....	174
7.4	Massimo Comune Divisore (M.C.D.)	175
7.5	Minimo comune multiplo (m.c.m.)	175
7.6.	La divisione Euclidea	176
7.6.1	L'algoritmo euclideo in Turbo Pascal	176
8.	I Sistemi di Misura.....	177
8.1	Definizioni.....	177
8.2	Unità di misura della lunghezza, della superficie, del volume	178
8.3	Unità di misura della capacità	179
8.4	Unità di misura della massa.....	179
8.5	Scale Geografiche	180
9.	Sistemi di Numerazione	180
9.1.	Sistema Decimale.	180
9.2.	Il Sistema Ottale.....	181
9.3.	Il Sistema Esadecimale.	182
9.4	Il sistema sessagesimale (angoli e tempi).....	184
9.4.1	Misure del tempo e degli angoli.....	184
9.4.2	Operazioni nel sistema sessagesimale	184
9.4.3	Riduzione a unità di ordine minore	184
9.4.4	Equivalenza ad unità di ordine maggiore.....	185
9.4.5	Riduzione in frazione di grado.....	185
9.4.6	Addizione tra angoli.....	186
9.4.7	Sottrazione tra angoli	186
9.4.8	Moltiplicazione e Divisione tra due angoli.....	186
9.4.9	Moltiplicazione tra un angolo ed un intero.....	186
9.4.10	Divisione tra un angolo ed un intero.....	187
10.	Le Frazioni	187
10.1	Frazioni equivalenti	187
10.2	Frazioni proprie, improprie ed apparenti	188
10.3	Operazioni con le frazioni	188
10.3.1	Addizione e sottrazione tra frazioni	188
10.3.2	Prodotto tra frazioni.....	188
10.3.3	Divisione tra frazioni	189
10.3.4	Potenza di una frazione.....	189
10.4	Frazioni generatrici di un numero decimale finito.....	189
10.5	Frazioni generatrici di un numero decimale periodico semplice e misto	189
10.6	Frazioni complementari.....	189
10.7	Frazioni inverse o reciproche.....	190
11.	Le Radici quadrata e cubica.....	190

11.1	Il quadrato di un numero naturale.....	190
11.2	La Radice quadrata.....	190
11.2.1	Proprietà della radice quadrata.....	191
11.2.2	Radice quadrata approssimata di un numero	191
11.2.3	Radice quadrata di una frazione	191
11.3.	La Radice cubica	191
11.4	Tavola dei quadrati, dei cubi, delle radici quadrate e delle radici cubiche da 1 a 20	192
12.	Elementi di matematica finanziaria	192
12.1	Percentuale.....	192
12.2	Tasso percentuale e permillare	193
12.3	Interesse e Capitale.....	193
12.4	Capitalizzazione semplice.....	194
12.4.1	Formule inverse in regime di Capitalizzazione semplice	194
12.5	Capitalizzazione composta	195
12.5.1	Formule inverse in regime di Capitalizzazione composta.....	195
12.6	Interessi.....	196
12.6.1	Calcolo dell'interesse semplice.....	196
12.6.2	Calcolo dell'interesse composto	197
12.7	Sconto	197

Capitolo 6

Algebra dei monomi e dei polinomi.....	198
1. L'algebra: significato	198
1.1 Origini e storia dell'algebra.....	198
1.2 Applicazioni dell'algebra	199
2. Algebra dei monomi	199
2.1 Grado di un monomio	200
2.2 Monomi simili, opposti ed uguali.....	200
2.3 Operazioni tra i monomi.....	200
2.3.1 Somma algebrica tra due monomi	200
2.3.2 Prodotto tra due monomi.....	200
2.3.3 Potenza di un monomio.....	200
2.3.4 Quoziente tra due monomi	201
3. Algebra dei polinomi.....	201
3.1 Polinomio ridotto a forma normale	201
3.2 Grado di un polinomio.....	201
3.3 Polinomio omogeneo, ordinato e completo.....	201
3.4 Operazioni tra i polinomi.....	202
3.4.1 Somma algebrica tra due polinomi.....	202
3.4.2 Prodotto di un polinomio per un monomio	202
3.4.3 Prodotto di due polinomi.....	202
3.4.4 Il Quoziente di un polinomio per un monomio non nullo	202
4. I Prodotti notevoli	203
4.1 Somma per differenza	203
4.2 Quadrato di un binomio	203
4.3 Cubo di un binomio	204
4.4 Quadrato di un trinomio	204
5. Scomposizione di un polinomio	205
5.1 Differenza di quadrati	205
5.2 Quadrato di un binomio	205
5.3 Cubo di un binomio	206

5.4	Quadrato di un trinomio	206
5.5	La somma o la differenza di due cubi.....	207
5.6	Trinomio notevole.....	207
6.	M.C.D. e m.c.m.....	208
6.1	M.C.D. tra due monomi	208
6.2	m.c.m. tra due monomi	208
6.3	M.C.D. tra due polinomi	208
6.4	m.c.m. tra due polinomi.....	209
7.	Formula di Newton.....	209
8.	Regola di Ruffini	210
8.1	Divisione polinomiale.....	210
8.2	Regola di Ruffini	211
8.3	Teorema di Ruffini e Teorema del resto	211
9.	Principio di Identità dei polinomi.....	211
9.1	Applicazione Principio di Identità dei polinomi	212
10.	Le frazioni algebriche	212
10.1	Dominio di esistenza di una frazione algebrica.....	213
10.2	Frazioni algebriche equivalenti.....	213
10.3	Somma algebrica tra Frazioni algebriche	214
10.4	Moltiplicazione tra Frazioni algebriche.....	215
10.5	Quoziente tra Frazioni algebriche.....	215
10.6	Inversa di una Frazione algebrica	215
10.7	Potenza di una Frazione algebrica.....	215
10.8	Radice di una Frazione algebrica.....	215

Capitolo 7

Strutture algebriche		216
1.	Strutture algebriche.....	216
2.	Gruppi, anelli e campi	216
2.1.	Monoidi.....	216
2.2.	Semigrupperi	216
2.3.	Gruppi e sottogruppi	217
2.3.1.	La notazione additiva e moltiplicativa.....	217
2.3.2.	Legge di cancellazione.....	217
2.3.3.	Omomorfismi ed isomorfismi	218
2.4.	Sottogruppi	218
2.5.	Anelli.....	218
2.5.1.	Legge di cancellazione.....	219
2.6.	Anello di Boole	219
2.7.	Anello di polinomi	219
2.8.	Campi	219
2.8.1.	Campo delle frazioni.....	220
3.	Congruenze lineari ed equazioni Diofantee	220
3.1.	Congruenze lineari	220
3.1.1.	Proprietà delle congruenze	220
3.1.2.	Teorema delle classi di congruenze modulo p	221
3.2.	Criteri di divisibilità.....	221
3.3.	Teorema di Bézout.....	222
3.4.	Sistemi di congruenze lineari	222
3.5.	Teorema cinese del resto.....	223
3.6.	Equazioni diofantee di primo grado.....	223

Capitolo 8

I Radicali	225
1. I radicali e le loro proprietà	225
1.1 Definizione di Radicale	225
1.2 Condizione di realtà dei radicali	225
1.3 Radicali come potenze con esponente frazionario positivo	226
1.4 Radicali come potenze con esponente frazionario negativo	226
1.5 Spirale dei radicali	227
2. Proprietà dei radicali	228
2.1 Somma algebrica di radicali	228
2.2 Prodotto di radicali con lo stesso indice	228
2.3 Quoziente di due radicali con lo stesso indice	228
2.4 Proprietà invariante dei radicali	229
2.5 Riduzione di due radicali allo stesso indice	229
2.6 Moltiplicazione e divisione di radicali con indici diversi	230
2.7 Potenza di un radicale	230
2.8 Radice di radice	230
2.9 Trasporto sotto il segno di radice (dentro)	230
2.10 Trasporto sotto il segno di radice (fuori)	231
2.11 Radicali doppi	231
2.12 Tabella riassuntiva delle regole sui radicali	231
3. Razionalizzazione	232
3.1 Razionalizzazione della Radice quadrata	232
3.2 Razionalizzazione della Radice n-esima	232
3.3 Somma e differenza di radici quadrate	233
3.4 Somma e differenza di radici cubiche	234

Capitolo 9

Equazioni algebriche	235
1. Equazioni di primo grado	235
1.1 Definizione di Identità	235
1.2 Equazione	235
1.3 Equazione algebrica	235
1.4 Equazione lineare di 1° grado ad una incognita	236
1.4.1 Equazione determinata, indeterminata ed impossibile	236
1.4.2 Equazioni Equivalenti e Forma Normale	236
1.5 Primo principio di Equivalenza	236
1.5.1 Regole pratiche del Primo principio di Equivalenza	236
1.6 Secondo principio di equivalenza	237
1.6.1 Regole pratiche del Secondo principio di Equivalenza	237
1.7 Risoluzione di equazioni algebriche di 1° grado	237
1.8 Problemi risolvibili con equazioni algebriche intere di 1° grado	238
1.9 Teorema fondamentale dell'Algebra	239
2. Sistemi di equazioni	240
2.1 Forma normale di un sistema di 2 equazioni in 2 incognite	240
2.2 Sistema determinato, indeterminato ed impossibile	240
2.3 Metodi di risoluzione di un sistema di 2 equazioni in 2 incognite	240
2.3.1 Metodo di sostituzione	241
2.3.2 Metodo di eliminazione	241
2.3.3 Metodo di Cramer	241
2.3.4 Metodo del confronto	242
2.4 Applicazione dei sistemi lineari nei problemi	242

3.	Equazioni di II° grado.....	244
3.1	Risoluzione di un'equazione di II° grado	244
3.2	Somma e prodotto delle soluzioni	245
3.3	Regola di Cartesio	246
3.4	Equazioni monomie, spurie, pure e complete	247
3.5	Sistemi di II° grado.....	248
3.6	Sistemi simmetrici.....	248
4.	Equazioni di III° grado e di grado superiore	249
4.1.	Equazioni di III° grado.....	249
4.2.	Equazioni di grado superiore al terzo.....	249
4.2.1	Equazioni Binomie	249
4.2.2	Equazioni Trinomie.....	250
4.2.3	Equazioni Reciproche di III° grado.....	253
4.2.4	Equazioni Reciproche di IV° grado	254
4.3	Cenni storici sulla Teoria delle equazioni.....	256
5.	Equazioni irrazionali.....	257
5.1	Equazioni irrazionali con indice dispari	257
5.2	Equazioni irrazionali con indice dispari	257
5.3	Equazioni irrazionali intere.....	257
5.4	Equazioni irrazionali fratte.....	258
6.	Risoluzione dei sistemi di equazioni lineari	259
6.1.	Interpretazione geometrica.....	259
6.2.	La risoluzione di un sistema con il Metodo della matrice inversa.....	260
6.3.	Sistemi lineari di due equazioni in due incognite x e y	261
6.4.	Il concetto di modello matematico con esempi significativi di applicazioni alla descrizione e risoluzione di semplici problemi di fisica e chimica.....	261
6.5.	Algoritmi e software per la soluzione di sistemi lineari	263
6.5.1.	Software di calcolo Numerico: Excel. <i>Rinvio</i>	263
6.5.2.	<i>Software</i> di calcolo numerico: derive. <i>Rinvio</i>	263
6.5.3.	Sistema lineare di due equazioni in due incognite: Finestra ALGEBRA	263
6.5.4.	Sistema lineare di 2 equazioni in 2 incognite: SOLVE.....	264
6.5.5.	Sistema lineare di 3 equazioni in 3 incognite: SOLVE.....	264
6.5.6.	Risoluzione di un sistema di eq con il Linguaggio di programmazione Pascal. <i>Rinvio</i>	264

Capitolo 10

Disequazioni algebriche.....	265
1.	Disequazioni algebriche di I° grado.....
1.1.	Tipi di Disequazioni algebriche
1.2.	Disequazioni algebriche: definizioni
1.3.	Condizioni di esistenza e Disequazioni equivalenti
1.4.	Intervalli limitati ed illimitati
1.5.	Primo principio di equivalenza delle disequazioni
1.5.1	Regole pratiche del Primo principio di Equivalenza delle disequazioni
1.6.	Secondo principio di equivalenza delle disequazioni.....
1.6.1	Regole pratiche del Secondo principio di Equivalenza delle disequazioni.....
1.7	Risoluzione di disequazioni algebriche di I° grado
1.8.	Sistemi di disequazioni di I° grado ad una incognita.....
1.9	Studio del segno di un prodotto di più polinomi di I° grado
1.10	Studio del segno di un quoziente di più polinomi di I° grado
2.	Disequazione algebrica di II° grado
2.1	Disequazioni algebriche di II° grado (metodo analitico).....

2.2	Disequazioni algebriche di II° grado (metodo grafico)	274
3.	Disequazioni irrazionali	277
3.1	Disequazioni irrazionali con esponente dispari.....	277
3.2	Disequazioni irrazionali con esponente pari.....	278
3.3	Disequazioni irrazionali fratte	280

Capitolo 11

Funzioni esponenziali e logaritmiche	282
1. Gli Esponenziali	282
1.1 Potenza con base reale ed esponente razionale	282
1.2 Proprietà delle potenze	282
1.3 La funzione esponenziale	282
1.4 La funzione esponenziale di Nepero	284
2. I logaritmi	285
2.1 Interpretazione geometrica di un'equazione esponenziale:	285
2.2 Proprietà fondamentali dei logaritmi.....	286
2.3 Logaritmo decimale e logaritmo naturale	287
2.4 La funzione logaritmica	287
2.5 La funzione logaritmica di Nepero	289
3. Equazioni esponenziali e logaritmiche	289
3.1 Equazioni esponenziali.....	289
3.2 Equazioni logaritmiche	290
4. Disequazioni esponenziali e logaritmiche.....	291
4.1 Disequazioni esponenziali.....	291
4.2 Disequazioni logaritmiche.....	292

Capitolo 12

Geometria Euclidea	294
1. Metodo assiomatico.....	294
1.1. Sistema Ipotetico-Deduttivo	294
1.1.1. Concetti primitivi	295
1.1.2. Teoremi e dimostrazioni	295
1.1.3. Definizioni.....	295
1.1.4. Assiomi e postulati.....	295
1.2. Sistema assiomatico moderno	296
1.3. Coerenza, indipendenza, completezza	296
1.3.1. La coerenza	296
1.3.2. L'indipendenza.....	296
1.3.3. La completezza	296
2. Il Teorema di Euclide	296
2.1 Enti geometrici fondamentali.....	296
2.1.1 I punti.....	297
2.1.2 Le rette	297
2.1.3 Le semirette.....	297
2.1.4 Rette parallele, incidenti e perpendicolari	297
2.1.5 I segmenti	298
2.2 I piani	298
2.2.1 I Semipiani e figure piane	298
3. Gli angoli	299
3.1 Misura e rappresentazione di un angolo.....	300
3.2 Angoli complementari, supplementari ed esplementari	301
3.3 Bisettrice di un angolo.....	302

3.4	Angoli opposti al vertice.....	302
3.5	Angoli consecutivi ed adiacenti	302
4.	Fasci di rette	303
4.1	Fascio proprio di rette	303
4.2	Fascio improprio di rette	303
4.3	Angoli formati da due rette parallele tagliate da una trasversale.....	303
5.	I triangoli	304
5.1	Classificazione dei triangoli secondo i lati	304
5.2	Classificazione dei triangoli secondo gli angoli.....	304
5.3	Relazioni fra lati ed angoli	305
5.5	L'altezza, la mediana, la bisettrice, l'asse e i punti notevoli di un triangolo	305
5.6	I punti notevoli di un triangolo	305
5.7	Il perimetro e l'area di un triangolo	305
6.	I quadrilateri.....	306
6.1	Definizione e proprietà generali	306
6.2	I trapezi.....	306
6.3	I parallelogrammi: rettangolo, rombo, quadrato.....	306
6.3.1	Il rettangolo	307
6.3.2	Il rombo	307
6.3.3	Il quadrato.....	308
6.4.	Poligoni inscrittibili e circoscrivibili.....	309
6.4.1.	Punti notevoli dei triangoli inscritti e circoscritti.....	309
6.4.2.	Quadrilateri inscrittibili e circoscrivibili	309
6.5.	Poligoni regolari	310
6.5.1.	Calcolo dell'area di un poligono regolare	311
6.6.	Poliedri	312
6.6.1.	I diedri.....	312
6.6.2.	L'angoloide	312
6.6.3.	La superficie di un poliedro	313
6.6.4.	Il principio di cavalieri.....	313
6.6.5.	Il prisma.....	313
6.6.6.	Il parallelepipedo.....	313
6.6.7.	Il cubo.....	314
6.6.8.	La piramide.....	315
6.6.9.	Il tronco di piramide.....	316
6.7.	I solidi di rotazione	316
6.7.1.	I solidi di rotazione	316
6.7.2.	Il cilindro.....	316
6.7.3.	Il cono.....	317
6.7.4.	Il tronco di cono	318
6.7.5.	La sfera.....	318
6.7.6.	Superfici e volumi di parti sferiche	319
7.	La circonferenza e il cerchio	321
7.1	La circonferenza	321
7.2	Posizioni reciproche tra retta e circonferenza.....	322
7.2.1	Retta esterna	322
7.2.2	Retta tangente	322
7.2.3	Retta secante.....	322
7.3	Posizioni reciproche tra due circonferenze	322
7.3.1	Circonferenze Esterne.....	322
7.3.2	Circonferenze Tangenti	323
7.3.3	Circonferenze Interne e Concentriche.....	323

7.4	Angoli al centro ed Angoli alla circonferenza.....	324
7.5	Il cerchio.....	325
7.6	Il settore circolare	325
7.7	Il segmento circolare	326
8.	Poligoni.....	326
8.1	La linea spezzata o poligonale	326
8.2	I poligoni: definizioni e nomenclatura	326
8.3	Poligoni convessi e concavi.....	326
8.4	Somma degli angoli interni di un poligono	327
8.5	Somma degli angoli esterni di un poligono	327
8.6	La diagonale di un poligono	327
8.6	Il perimetro e l'area di un poligono	327
9.	I poligoni regolari	328
9.1	Circonferenza circoscritta e Circonferenza inscritta ad un poligono regolare.....	328
9.2	Raggio ed apotema di un poligono regolare	328
9.3	Calcolo dell'area di un poligono regolare	328
10.	Rapporti e proporzioni.....	328
10.1	Rapporti tra due numeri.....	328
10.2	Rapporti tra due grandezze omogenee e non omogenee.....	329
10.3	Le proporzioni	329
10.3.1	Proprietà Fondamentale.....	329
10.3.2	Il permutare	329
10.3.3	L'invertire.....	329
10.3.4	Il comporre e lo scomporre	329
10.4	Risoluzione di una proporzione.....	330
10.5	Proporzioni continue	330
10.6	Proporzionalità diretta e inversa	330
10.7	Grandezze commensurabili ed incommensurabili	331
10.8	Grandezze direttamente ed inversamente proporzionali.....	331
10.9	Problemi del tre semplice	332
10.10	Problemi del tre composto.....	333
10.11	Il Teorema di Talete.....	333
10.11.1	Conseguenze del Teorema di Talete	334
11.	La relazione di Congruenza nel piano.....	335
11.1	Congruenza vs Uguaglianza	335
11.2	Le proprietà della congruenza	336
11.3	Classi di equivalenza e Figure geometriche	336
11.4	Grandezze omogenee.....	336
11.5	I tre criteri di congruenza fra triangoli	336
12.	La relazione di Equivalenza nel piano	338
12.1	Assiomi di Equivalenza nel piano	338
12.2	Figure equiscomponibili	338
12.3	Teoremi sulle Figure equiscomponibili.....	338
12.4	Il teorema di Pitagora	339
12.4.1	Forma algebrica del teorema di Pitagora.....	340
12.4.2	Terne pitagoriche	340
12.4.3	Formule per ricavare le terne pitagoriche	341
12.4.4	Applicazioni del teorema di Pitagora.....	342
13.	La relazione di similitudine nel piano.....	345
13.1	Definizione di Similitudine.....	345
13.2	Le proprietà della similitudine	346
13.3	I tre criteri di similitudine fra triangoli	346

13.4	Criterio di similitudine fra poligoni	348
13.5	Primo teorema di Euclide.....	349
13.5.1	Forma algebrica del primo teorema di Euclide	350
13.6	Secondo teorema di Euclide	350
13.6.1	Forma algebrica del secondo teorema di Euclide	351
13.7	Applicazioni delle similitudini.....	351
13.7.1	Scala di riduzione o di Ingrandimento.....	351
13.7.2	Calcolo dell'altezza di una piramide	351
13.7.3	Calcolo della distanza di una nave dalla costa.....	352

Capitolo 13

Geometria analitica	353
1. Geometria analitica nel piano.....	353
1.1. Il punto.....	353
1.2. La retta	353
1.2.1. Equazione di una retta.....	354
1.2.2. Rette parallele agli assi e passanti per l'origine	354
1.2.3. Rette generiche.....	354
1.2.4. Calcolo dell'equazione di una retta.....	354
1.2.5. Fasci di rette	354
1.3. Vettori	355
2. Descrizione di luoghi geometrici classici	357
2.1. Proprietà focali delle coniche.....	357
2.1.1. Ellisse.....	357
2.1.1.1. Specchio ellittico.....	358
2.1.2. Iperbole	358
2.1.2.1. Specchio iperbolico.....	358
2.1.3. Parabola	358
2.1.3.1. Specchio parabolico.....	359
2.2. Proprietà analitiche delle coniche.....	359
2.2.1. La Circonferenza.....	359
2.2.1.1. Equazione della circonferenza nel piano cartesiano	359
2.2.1.2. Rappresentazione grafica della circonferenza partendo dall'equazione	360
2.2.1.3. Alcune condizioni per determinare l'equazione di una circonferenza	360
2.2.2. La parabola.....	361
2.2.2.1. Equazione della parabola nel piano cartesiano	362
2.2.2.2. Rappresentazione grafica della parabola partendo dall'equazione.....	363
2.2.2.3. Alcune condizioni per determinare l'equazione di una parabola	363
2.2.3. Ellisse.....	364
2.2.3.1. Equazione dell'ellisse nel piano cartesiano	365
2.2.3.2. Rappresentazione grafica dell'ellisse partendo dall'equazione.....	366
2.2.3.3. Alcune condizioni per determinare l'equazione di una ellisse	366
2.2.4. Iperbole	366
2.2.4.1. Equazione dell'iperbole nel piano cartesiano.....	367
2.2.4.2. Rappresentazione grafica dell'iperbole partendo dall'equazione	368
2.2.4.3. Alcune condizioni per determinare l'equazione di una iperbole.....	368
2.2.5. Le coniche come sezioni di un cono	369
2.2.6. Equazioni delle coniche in forma parametrica	370
2.2.7. Equazioni delle coniche in forma polare	371
2.2.8. La versiera di Agnesi	372

Capitolo 14

Progressioni aritmetiche e progressioni geometriche.....	374
1. Successione numerica.....	374
1.1. Limite di una successione.....	376
1.2. Teorema del limite delle sottosuccessioni	376
1.3. Teorema sui limiti delle successioni monotone.....	376
2. Progressioni aritmetiche	376
2.1. Proprietà delle progressioni aritmetiche	377
3. Progressioni geometriche.....	378
3.1. Proprietà delle progressioni geometriche.....	378
4. Confronto tra la progressione aritmetica e la progressione geometrica	379

Capitolo 15

Geometria proiettiva.....	380
1. Introduzione.....	380
1.1. Il punto, la retta ed il piano	380
2. La Retta proiettiva	381
3. Il Piano proiettivo	381
3.1. Coordinate proiettive e Coordinate omogenee.....	382
3.2. Geometria nel piano proiettivo.....	382
3.3. Assi cartesiani in coordinate omogenee.....	383
3.4. Retta tra due punti in coordinate omogenee.....	383
3.5. Rette parallele, ortogonali ed incidenti.....	383
3.5.1. Rette parallele	383
3.5.2. Rette perpendicolari	384
3.5.3. Rette incidenti.....	384
4. Proiettività	384
4.1. Proiettività della retta proiettiva P1	384
4.2. Proiettività del piano proiettivo P2	385
5. Prospettività.....	385
5.1. Prospettività del piano proiettivo P2	385
5.2. Teorema di Desargues e teorema di Pappo	386
5.2.1. Teorema di Desargues	386
5.2.2. Teorema (Pappo).....	386
6. Il Birapporto nel piano proiettivo P2	386
7. Dualità nel piano proiettivo P2.....	387
7.1. Principio di dualità.....	387
8. Le coniche	387
8.1. I punti impropri di una conica.....	388
8.2. Classificazione delle coniche	389
8.2.1. Coniche degeneri	389
8.2.2. Il Teorema di classificazione di una conica.....	389
8.3. Retta tangente a una conica.....	389
8.4. La Polare.....	390
8.5. Teorema di reciprocità.....	390
8.6. Diametri di una conica	390
8.7. Centro di simmetria di una conica a centro	390
8.8. Assi di simmetria di una conica a centro	391

Capitolo 16

Le funzioni.....	392
1. Intervalli della retta reale.....	392

2.	Caratteristiche di una funzione reale di variabile reale	393
3.	Le Funzioni continue	400
3.1.	Elementi di topologia della retta reale	400
3.2.	Limite di una funzione	401
3.3.	Limiti Notevoli	402
3.4.	Funzione continua in un punto	406
3.5.	Funzione continua in un insieme o un Intervallo.....	407
3.6.	Continuità delle funzioni elementari	407
3.6.1.	La funzione costante	407
3.6.2.	Le funzioni polinomiali.....	407
3.6.3.	Le funzioni goniometriche.....	408
3.6.4.	La funzione esponenziale	408
3.6.5.	La funzione logaritmica	409
3.7.	Operazioni con le funzioni continue	409
3.8.	Principali teoremi sulle funzioni continue	409
3.8.1.	Teorema della permanenza del segno	409
3.8.2.	Teorema di esistenza degli zeri o di Bolzano.....	410
3.8.3.	Teorema di Darboux o di esistenza dei valori intermedi	410
3.8.4.	Teorema di Weierstrass.....	410
3.8.5.	Controesempi.....	411
3.9.	Continuità delle funzioni monotone	412
3.10.	I punti di discontinuità di una funzione.....	413
3.10.1.	I punti di discontinuità di prima specie.....	413
3.10.2.	I punti di discontinuità di seconda specie.....	413
3.10.3.	I punti di discontinuità di terza specie	414
4.	Funzioni utili alla descrizione di alcuni fenomeni naturali o di situazioni di interesse scientifico	414
4.1	Applicazioni delle funzioni trigonometriche all'astronomia	414
4.1.1.	Eratostene e la misura del meridiano terrestre (240 a.C.).....	415
4.1.2.	La misura delle distanze della Terra dal Sole e dalla Luna (235 a.C.)	416
4.1.3.	Ipparco e la misura delle distanze della Terra dal Sole e dalla Luna (135 a.C.)	417
4.1.4.	Applicazioni della funzione logaritmica all'acustica.....	417
4.2	Curva di domanda e di Offerta (Matematica Finanziaria)	418
5.	Software per la rappresentazione grafica delle funzioni.....	419

Capitolo 17

Calcolo differenziale.....	420
1. Calcolo differenziale per funzioni ad una variabile	420
1.1. Il rapporto incrementale.....	420
1.2. Definizione dei derivata	420
1.3. La derivata sinistra e la derivata destra.....	421
1.4. Proprietà delle derivate	421
1.5. Significato geometrico della derivata	422
1.6. Derivate elementari.....	422
1.7. Punti di non derivabilità.....	423
1.8. Teoremi sulle derivate	425
1.8.1. Teoremi di De L'Hôpital.....	425
1.8.2. Il Teorema di Rolle	426
1.8.3. Il Teorema di Lagrange	426
1.8.4. Il Teorema di Cauchy.....	428
1.9. Applicazione delle derivate alla fisica classica.....	429
2. Studio di una funzione reale di variabile reale	429

2.1.	Dominio o insieme di definizione	430
2.2.	Punti di intersezione con gli assi	430
2.3.	Asintoti verticali, orizzontali ed obliqui	430
2.4.	Punti di discontinuità	430
2.5.	Simmetrie.....	431
2.6.	Periodicità	431
2.7.	Studio del segno	431
2.8.	Studio della derivata prima	431
2.9.	Punti critici (derivata nulla).....	432
2.10.	Studio della derivata seconda	432
2.11.	Relazioni tra le derivate	432
2.12.	Deduzione del grafico della derivata dal grafico della funzione $f(x)$	445
2.13.	Dedurre il grafico di una primitiva dal grafico della funzione $f(x)$	445
3.	Calcolo differenziale per funzioni a più variabili	446
3.1.	Le funzioni di più variabili.....	446
3.2.	Norma e prodotto scalare di uno spazio euclideo	446
3.3.	Spazi normati e spazi prehilbertiani	447
3.4.	Le linee sezione e le linee di livello.....	447
3.5.	Limiti e continuità delle funzioni di due variabili.....	448
3.6.	Punti interni, esterni e di frontiera.....	448
3.7.	Definizione di limite finito di una funzione a due variabili.....	448
3.8.	Definizione di limite infinito di una funzione a due variabili.....	449
3.9.	Definizione di funzione continua	449
3.10.	Le derivate parziali.....	450
3.11.	Il piano tangente.....	451
3.12.	Le derivate successive.....	451
3.12.1.	Teorema di Schwartz.....	451
3.13.	Il differenziale totale.....	452
3.14.	Massimi e minimi d'una funzione di due variabili	452
3.14.1.	Definizione di punto di massimo e di minimo.....	452
3.14.2.	Calcolo dei punti di massimo e di minimo.....	452

Capitolo 18

Calcolo integrale.....		454
1.	Integrali indefiniti.....	454
1.1.	Teorema fondamentale del calcolo integrale	454
1.2.	Integrali elementari.....	455
1.3.	Regole d'Integrazione.....	456
1.4.	Funzioni razionali fratte	457
1.5.	Metodo di Integrazione per parti.....	458
1.6.	Metodo di Integrazione per sostituzione	459
2.	Integrali definiti.....	464
2.1.	Integrale di Riemann.....	465
2.2.	Teorema della somma inferiore e superiore di una funzione	465
2.3.	La misura di un insieme secondo Peano-Jordan.....	466
2.4.	Caratterizzazione delle funzioni integrabili	466
2.5.	Integrabilità delle funzioni continue	466
2.6.	Primo Teorema fondamentale del calcolo integrale	466
2.7.	Secondo Teorema fondamentale del calcolo integrale.....	466
2.8.	Formula di Newton-Leibnitz.....	466
2.9.	Teorema della media o del Valor medio:.....	468
2.10.	Proprietà degli integrali definiti.....	469

2.11.	Area tra due curve	472
2.12.	Volume di rotazione	472
2.13.	Lunghezza di una curva	473
3.	Integrali Impropri	474
3.1.	Integrali Impropri su intervallo limitato	474
3.1.1.	Criteri di convergenza	474
3.1.1.1.	Criterio del confronto	474
3.1.1.2.	Criterio del confronto asintotico	474
3.2.	Integrali Impropri su intervallo illimitato	475
3.2.1.	Criteri di convergenza	477
3.2.1.1.	Criterio del confronto	477
3.2.1.2.	Criterio del confronto asintotico	478
3.3.	Funzione Integrale	478
4.	Studio della Funzione Integrale	479
4.1.	Studio della derivata	479

Capitolo 19

Successioni e serie



Capitolo 20

Equazioni differenziali 481

1.	Equazioni differenziali del primo ordine	481
1.1.	Problema di Cauchy di un eq. diff. del primo ordine	481
1.2.	Teorema di Cauchy per eq. diff. del primo ordine	482
1.3.	Equazioni differenziali lineari del primo ordine: Metodo delle variabili separabili	482
1.4.	Equazione differenziale di Lagrange	482
1.5.	Equazione differenziale di Bernoulli	483
1.6.	Equazione differenziale di Clairaut	483
2.	Equazioni differenziali del secondo ordine	484
2.1.	Problema di Cauchy di un equazioni differenziali del secondo ordine	484
2.2.	Teorema di Cauchy per equazioni differenziali del secondo ordine	485
2.3.	Equazioni differenziali del secondo ordine ed omogenea	485
2.4.	Equazioni differenziali del secondo ordine e non omogenea	486
3.	Il moto di un punto soggetto a una forza (peso) di tipo semplice in meccanica elementare	487
3.1.	Grave in caduta libera verso il basso	487
3.2.	Grave in caduta verso l'alto	487
3.3.	Grave in caduta libera verso il basso in un liquido viscoso	488

Capitolo 21

Teoria degli errori ed elementi di analisi numerica 489

1.	Introduzione	489
2.	L'errore e la sua approssimazione	489
2.1.	Errore assoluto e relativo	490
2.2.	La teoria degli errori	490
2.2.1.	Errore quadratico medio semplice	491
2.2.2.	Errore quadratico medio ponderato	491
3.	Interpolazione numerica	492
3.1.	Interpolazione di Lagrange	492
3.1.1.	Errore del polinomio di Lagrange	493
3.2.	Interpolazione di Newton	493

4.	Risoluzione approssimata di equazioni	494
4.1.	Metodo di bisezione.....	494
4.2.	Metodo di Newton o delle tangenti.....	495
4.3.	Metodo di Lagrange o delle secanti	495
4.4.	Metodo di Picard o del punto unito	496
5.	Integrazione numerica.....	497
5.1.	Metodo dei rettangoli	497
5.2.	Metodo dei trapezi (o di Bezout).....	498
5.3.	Metodo di Cavalieri-Simpson (o delle parabole).....	499
5.4.	Estensione dei metodi a funzioni di segno qualunque.....	500

Capitolo 22

Probabilità.....		501
1.	Calcolo combinatorio. <i>Rinvio</i>	501
2.	Calcolo delle probabilità.....	501
2.1.	Definizioni di probabilità.....	501
2.1.1.	Probabilità Classica	501
2.1.2.	Probabilità frequentista	502
2.1.3.	Probabilità Soggettiva	502
2.2.	Operazioni con gli eventi, indipendenza e incompatibilità, probabilità condizionata.....	502
3.	Teorema di Bayes	503
4.	Distribuzioni discrete e distribuzioni continue.....	503
4.1.	Disuguaglianza di Chebishev	505
4.2.	Distribuzione Binomiale o di Bernoulli.....	505
4.3.	Leggi dei grandi Numeri	506
4.4.	Distribuzione ipergeometrica	506
4.5.	Distribuzione di Poisson.....	507
4.6.	Distribuzione normale o di Gauss.....	507
4.7.	Distribuzione uniforme	508

Capitolo 23

Statistica univariata.....		509
1.	Statistica descrittiva.....	509
1.1.	Indagine statistica	509
1.2.	Gli indici di posizione.....	510
1.2.1.	Medie ferme o di calcolo.....	510
1.2.1.1.	Le medie semplici.....	510
1.2.1.2.	Le medie ponderate	512
1.2.2.	Medie mobili (mediana e moda).....	513
1.2.2.1.	La mediana	513
1.2.2.2.	La moda	514
1.2.3.	La scelta della media.....	519
1.3.	Indici di posizione non centrale.....	520
1.3.1.	Metodo per il calcolo dei quartili.....	520
1.4.	Gli indici di variabilità o dispersione	520
1.4.1.	Dispersione e Disuguaglianza	520
1.4.2.	Il campo di variazione.....	520
1.4.3.	Gli indici di dispersione assoluta.....	520
1.4.4.	Lo scarto semplice medio.....	521
1.4.5.	Lo scarto quadratico medio.....	521
1.4.6.	La varianza.....	521

1.4.7.	La varianza.....	521
1.4.8.	Il Coefficiente di variazione.....	522
1.4.9.	La distribuzione gaussiana	522
2.	La distribuzione normale.....	523
2.1.	Indici di dispersione relativi	523
2.2.	Indici di forma.....	523
2.3.	Indice di asimmetria.....	524
2.4.	Indice di Curtosi	524
3.	Rapporti statistici.....	524
3.1.	Rapporti di composizione, derivazione, coesistenza, frequenza e durata.....	524
3.2.	Numeri indici	525
3.3.	Numeri indici composti	525
4.	Software per l'elaborazione statistica e la rappresentazione dei dati	525
5.	Rappresentazioni grafiche	526
5.1	Il metodo grafico	526
5.2	Diagrammi.....	526
5.2.1	Diagramma a barre.....	527
5.2.2	Stereogrammi.....	528
5.2.3	Linee spezzate semplici e cumulate.....	528
5.2.4	Diagramma circolare	530
5.2.5	Diagrammi cartesiani.....	531
5.3	Istogrammi	533
5.4	Cartogrammi	534
5.5	Ideogrammi.....	535

Capitolo 24

Statistica bivariata



Capitolo 25

Applicazioni della matematica a problemi di interesse interdisciplinare 537

1.	Teoria degli insiemi applicata all'Algebra Relazionale (DBMS) ed al Linguaggio SQL.....	537
1.1	Il Modello relazionale.....	537
1.1.1	Le chiavi	538
1.2	Algebra relazionale	539
1.2.1	Operazioni sulle relazioni.....	539
1.3	Linguaggio SQL	540
1.3.1	Operazioni relazionali con SQL	540
2.	Applicazione dell'algebra modulare alla crittografia.....	541
2.1	La crittografia	541
2.2	Prime tecniche di crittografia	541
2.3	Crittografia per sostituzione.....	541
2.4	Crittografia simmetrica e asimmetrica	542
2.5	Crittografia simmetrica.....	542
2.6	Crittografia asimmetrica.....	542
2.7	Chiave asimmetrica di tipo RSA.....	543
2.8	Firma digitale	544
2.9	Il Tunneling.....	544
3.	Sistemi di numerazione.....	545
3.1.	Sistema decimale.....	545
3.2.	Il Sistema ottale.....	546

3.3.	Il Sistema esadecimale.....	546
3.4	Il protocollo IP ed il sistema binario.....	548
3.5	Il linguaggio HTML e la identificazione dei colori con il sistema esadecimale.....	550
4.	Applicazioni delle Geometria Euclidea (le similitudini).....	551
4.1	Scala di riduzione o di Ingrandimento.....	551
4.2	Scale Geografiche	551
4.3	Calcolo dell'altezza di una piramide	552
4.4	Calcolo della distanza di una nave dalla costa.....	552
5.	Applicazioni delle funzioni trigonometriche all'Astronomia	553
5.1.	Eratostene e la misura del meridiano terrestre (240 a.C.).....	553
5.2.	La misura delle distanze della Terra dal Sole e dalla Luna (235 a.C.)	554
5.3.	Ipparco e la misura delle distanze della Terra dal Sole e dalla Luna (135 a.C.)	555
6.	Applicazioni della funzione logaritmica ed esponenziale all'Economia	556
6.1	Matematica finanziaria.....	556
6.2	Il Capitale, il Montante e l'Interesse.....	556
6.3	Capitalizzazione semplice.....	557
6.4	Formule inverse in regime di Capitalizzazione semplice	557
6.5	Capitalizzazione composta	558
6.6	Formule inverse in regime di Capitalizzazione composta.....	558
6.7	La capitalizzazione continua.....	559
6.8	Formule inverse in regime di Capitalizzazione continua.....	559
6.9	Rendite annue	559
6.10	Calcolo del montante di una rendita annua.....	560
6.11	Calcolo del valore attuale di una rendita annua.....	560
6.12	Rendite frazionata	560
6.13	Calcolo del montante e del valore attuale di una rendita frazionata	560
7.	Applicazioni della funzione logaritmica all'acustica.....	561
8.	Le applicazioni delle equazioni differenziali alla biologia ed alla fisica	561
8.1.	Formula di accrescimento di una popolazione batterica	561
8.2.	Moto di un grave in caduta libera verso il basso.....	561
8.3.	Moto di un grave in caduta libera verso l'alto.....	562
8.4.	Oscillatore armonico o Moto armonico semplice	563
8.5.	Oscillazioni smorzate o Moto Armonico smorzato.....	563
8.6.	Velocità di aumento di volume di un gas in espansione	564
8.7.	Carica e scarica di un condensatore.....	565
8.8.	Circuiti RL con induttanza e resistenza.....	566

Capitolo 26

I principali software di calcolo scientifico per la didattica.....		569
1.	Introduzione.....	569
2.	Il Calcolo scientifico.....	569
3.	Software di calcolo simbolico.....	569
4.	Software di calcolo numerico.....	570
5.	Algoritmi e software per la soluzione di sistemi lineari	570
5.1	Software di calcolo Numerico: Excel.....	570
5.2.	Software di calcolo numerico: derive.....	571
5.3.	Linguaggio di programmazione Pascal.....	572
6.	Software di geometria dinamica	576
6.1.	Cabri-Géomètre	577
6.2.	Geogebra	577
7.	Software per la rappresentazione grafica delle funzioni.....	577
8.	Software per l'elaborazione numerica.....	578

Capitolo 27	
Modelli di matematica e applicazioni	579
1. Il concetto di modello matematico con esempi significativi di applicazioni alla descrizione e risoluzione di semplici problemi di fisica e chimica.....	579
1.1. Applicazione dei sistemi lineari nei problemi	579

Capitolo 28	
Ricerca operativa.....	581
1. Definizione di Ricerca Operativa.....	581
1.1. Gli obiettivi della RO	581
1.2. Le fasi della Ricerca Operativa	581
1.3. La costruzione del modello.....	581
1.4. Applicazione del modello.....	582
1.5. Controllo del modello e delle soluzioni ottenute.....	582
2. Problemi di scelta	582
2.1. Ottimizzazione di una funzione lineare.....	582
2.2. Ottimizzazione di una funzione quadratica.....	583
2.3. Ottimizzazione di una funzione iperbolica	583
3. Minimizzare i costi e massimizzare i ricavi	584
3.1. Funzione di domanda e funzione di offerta	584
3.2. Equilibrio economico	585
3.3. Curva di domanda e di offerta (Matematica Finanziaria)	585

Parte III

Le lezioni simulate di Matematica

Capitolo 1	
Griglia e guida alla compilazione.....	589
1. Guida alla compilazione	589
2. Le attività.....	590

Capitolo 2	
Lezioni di Matematica.....	593
1. Gli Insiemi	593
2. Le frazioni e i numeri decimali	597
3. Le proporzioni	603
4. La proporzionalità diretta e inversa	610
5. Il metodo delle coordinate	615
6. Il calcolo letterale.....	622
7. Le equazioni di 1° grado	628
8. I solidi	634
9. Le quattro operazioni	642
10. La Probabilità.....	647
Griglie di valutazione	654

Parte IV

Competenze digitali e tecnologie della didattica

Capitolo 1

Competenza digitale e media education a scuola	667
1. <i>New media education</i>	667
1.1. Il Piano di azione UE 2021-2027	668
1.1.1. Il PNRR	668
2. Competenza digitale	669
2.1. Il <i>coding</i>	670
3. <i>Digital Storytelling</i> : Cos'è, come utilizzarlo nella didattica, gli strumenti.	670
3.1. Evoluzione dello <i>storytelling</i> : dalla preistoria al <i>digital transmedia storytelling</i>	672
3.2. <i>Storytelling</i> e <i>Content Curation</i>	672
3.3. Tipologie e forme di <i>storytelling</i>	673
3.3.1. <i>Storytelling</i> : schemi narrativi classici	673
3.4. Tipologie di <i>Digital Storytelling</i>	674
3.4.1. <i>Storytelling</i> e <i>timeline</i>	674
3.4.2. Lo <i>Storymapping</i>	674
3.4.3. <i>Transmedia Storytelling</i>	674
3.4.4. <i>Visual Storytelling</i>	675

Capitolo 2

Nuova Cultura Digitale a scuola	676
1. La nuova Cultura Digitale	676
1.1. Nuovi strumenti informatici per la Didattica	677
1.2. Nuovi strumenti informatici per la Didattica	677
2. Il Costruttivismo e la nuova didattica	677
3. Iper testi, ipermedia ed interattività	678
3.1. Il World Wide Web	678
3.2. I linguaggi del Web	680
3.3. Il linguaggio HTML	680

Capitolo 3

Gli strumenti didattici tradizionali e digitali	681
1. L'invenzione della stampa	681
1.1. Il libro di testo	681
1.2. Le nuove adozioni di un libro	681
1.2.1. I Contenuti Digitali Integrativi (CDI)	682
1.2.2. Il libro digitale	683
2. Il computer o pc	683
2.1. Architettura dei calcolatori elettronici	683
2.2. Il sistema di elaborazione	684
2.3. Classificazione degli elaboratori elettronici	684
2.4. Architettura interna di un elaboratore	684
2.5. La CPU o unità centrale di elaborazione	684
2.6. Assembler	686
2.7. La memoria centrale	687
2.8. Memoria RAM e memoria ROM	688
2.9. Le memorie di massa	688
2.10. Le tipologie di collegamento con le periferiche	689
2.11. Periferiche di Input e di Output	689

3.	Nuove Tecnologie per la Didattica.	690
3.1.	La LIM.....	690
3.1.1.	Quiz interattivi.....	691
3.1.2.	Video digitali	691
3.1.2.1.	Il Museo Virtuale	691
3.1.3.	Digital Asset.....	691
3.1.4.	Open Educational Resources (OER)	692
3.1.5.	Lo student response system	692
3.1.6.	L'information retrieval (IR)	692
3.2.	Il tablet.....	692
3.3.	Lo smartphone	693
3.4.	<i>Monitor Touch Screen</i>	693
3.5.	Blog.....	694
3.6.	I Wiki	694
3.7.	E-Book e e-reader.....	695
3.7.1.	Gli strumenti per creare e-book.....	696

Capitolo 4

TIC e scuola.....	698
1. La scuola tra tradizione e innovazione.....	698
1.1. La scuola della comunicazione	699
1.2. La scuola dell'informazione	699
2. La nuova cultura digitale.....	700
2.1. I docenti e la nuova didattica digitale.....	700
2.2. Competenze chiave e competenza digitale.....	701
2.3. Le <i>literacy</i>	702
2.4. PNSD, Piano Nazionale Scuola Digitale.....	702
2.5. Modelli di integrazione delle tecnologie informatiche e digitali	703
2.6. TPACK.....	703
2.7. SAMR	703
2.8. EPICT.....	704
2.9. ICT-CST	704
3. Formazione e competenze digitali a scuola.	704
3.1. Formazione digitale.	704
3.1.1. PNSD e PNRR	705
3.1.1.1. Criticità del PNSD	706
3.2. Competenze digitali dell'insegnante.	707
3.3. Competenze digitali dello studente	707
3.4. Servizi digitali per la scuola	710
3.4.1. Sito Web della scuola.....	710
3.4.2. Albo pretorio online	710
3.4.3. Registro elettronico	711
3.4.4. PagoPA	711
3.4.5. NoiPA.....	712

Capitolo 5

Power Point: operazioni di base e funzionalità.....	714
1. Microsoft Power Point.....	714
1.1. L'avvio e gli aspetti generali da conoscere	714
1.2. Le diapositive o slides	715
1.3. Operazioni di Base.....	716
1.4. Il testo.....	718

1.4.1.	Formattazione del Testo	719
1.5.	Le Immagini	721
1.6.	Grafici e diagrammi	722
1.7.	Le forme geometriche	724
1.8.	Organigramma	725
1.9.	I temi	726
1.10.	L'inserimento di nuove diapositive	726
1.11.	Transizioni e animazioni	728
1.12.	Animazioni e Suoni	729
1.13.	Eseguire la Presentazione	729
1.14.	La stampa delle diapositive e delle note	730

Capitolo 6

Capitolo 9		
Formazione Social Network per la Didattica.....		733
1.	I Social Network.....	733
1.1.	Facebook	733
1.2.	Twitter.....	734
1.3.	Instagram	734
1.4.	LinkedIn.....	734
1.5.	WhatsApp	734
2.	YouTube.....	735
3.	Podcast	735
4.	Software per la didattica.	736
4.1.	Edmodo.....	736
4.2.	TeacherTube e SchoolTube.....	737
4.3.	BYOD.....	737
4.4.	Kahoot	738
4.5.	Wordwall	738
4.6.	<i>Learning Management System (LMS)</i>	738
5.	Classi Virtuali.....	738
6.	WebQuest	739
7.	Classe digitale	740

Capitolo 7

Formazione a Distanza (FAD) ed <i>e-learning</i>		742
1.	FaD o Formazione a Distanza.....	742
1.1.	<i>E-learning</i>	742
1.2.	La piattaforma di <i>e-learning</i>	743
1.2.1.	Learning Management System (LMS).....	743
1.2.2.	<i>Learning Content Management System (LCMS) e Learning Object</i>	744
1.2.3.	Altri Tools per la comunicazione.....	744
1.3.	DAD e DDI.....	744
2.	Piattaforme per la videoconferenza.....	745
2.1.	Zoom	745
2.2.	G Suite	746
2.3.	Zoom vs G Suite	746
3.	<i>Cloud computing.</i>	747
3.1.	Google Drive.....	748
3.2.	Dropbox	748

Capitolo 8

Gli strumenti didattici e tecnologici per l'inclusione.....	750
1. Inclusione e Disabilità.....	750
1.1. L'insegnante di sostegno.....	751
1.2. Il PEI su base ICF e gli strumenti compensativi.....	751
1.3. Normative del modello PEI.....	752
1.4. I Disturbi Specifici dell'Apprendimento (DSA).....	752
1.4.1. La dislessia.....	753
1.4.2. La disgrafia e disortografia.....	753
1.4.3. La discalculia.....	754
2. Accessibilità e Tecnologia.....	754
2.1. Accessibilità del Sito Web di un Istituto scolastico.....	755
3. La Tecnologia Assistiva e la didattica inclusiva.....	755
3.1. Strumenti compensativi e misure dispensative (alunni con DSA).....	757
3.2. Nuove Tecnologie e disabilità.....	758
3.2.1. Disabilità fisiche/sensoriali (non vedenti e ipovedenti).....	758
3.2.2. Disabilità fisiche/sensoriali (non udenti).....	759
3.2.3. Disabilità fisiche/sensoriali (alunni con difficoltà motorie).....	759
3.2.4. Disabilità cognitive.....	759
3.2.5. Il disturbo da deficit dell'attenzione/iperattività (DDAI/ADHD).....	760
4. Sintesi vocale.....	760
4.1. Calcolatrice dotata di sintesi vocale.....	760
4.2. Audiolibri.....	761
4.3. MiniAudioBook.....	761
5. Mappe concettuali.....	762
6. Scanner con software OCR.....	763
7. I traduttori online.....	764
8. Dizionario elettronico.....	764

Parte V

Lingua inglese

Capitolo 1

L'alfabeto inglese.....	769
1. I segni grafici per i "suoni intermedi".....	769

Capitolo 2

Lo spelling.....	771
1. Tre regole di pronuncia.....	771
2. La pronuncia delle consonanti.....	771

Capitolo 3

I sostantivi.....	773
1. Genere dei sostantivi.....	773
2. I plurali.....	774
2.1. Sostantivi regolari.....	774
2.2. Sostantivi irregolari.....	774
2.3. Accordi irregolari verbo/sostantivo.....	775
3. Sostantivi numerabili e non numerabili.....	776
3.1. Sostantivi numerabili.....	776
3.2. Sostantivi non numerabili.....	776

3.3.	Tranelli.....	777
------	---------------	-----

Capitolo 4

I determinanti.....	778
1.	L'articolo determinativo.....778
1.1.	Quando si usa "the"778
1.1.1.	Regole generali778
1.1.2.	Nomi propri.....779
1.2.	Quando non si usa "the".....780
2.	Articoli indeterminativi.....781
3.	I dimostrativi783
3.1.	Uso dei dimostrativi783
3.2.	Costruzione della frase783
4.	I pronomi.....784
4.1.	Pronomi personali soggetto.....784
4.2.	Pronomi personali oggetto785
4.3.	Aggettivi possessivi785
4.4.	Pronomi possessivi.....785
4.5.	Pronomi riflessivi e intensivi785
5.	I numeri in inglese.....786
5.1.	I decimali in inglese787
5.2.	Le frazioni in inglese.....787
5.3.	Le percentuali in inglese.....787
5.4.	Come parlare di denaro in inglese788
5.5.	Le misure in inglese.....788
5.6.	Come pronunciare gli anni788
5.7.	Come si pronuncia 0 in inglese.....789
6.	I distributivi.....789
6.1.	Uso di "each" e "every"789
6.2.	Distributivi per coppie di elementi790
6.3.	Uso di "both"790
6.4.	Uso di "either"790
6.5.	Uso di "neither".....791
6.6.	Uso di "all" come distributivo.....791
6.7.	Uso di "half" come distributivo.....792
7.	Esprimere la differenza793
7.1.	Uso di "Other"793
7.2.	Uso di "Another"793
7.3.	Uso di "The Other"793
8.	I predeterminanti.....794
9.	Parole composte.....794
10.	Il genitivo sassone.....795
10.1.	Funzioni del possessivo795
10.2.	Modi di dire.....796

Capitolo 5

Gli aggettivi.....	797
1.	Uso degli aggettivi inglesi797
1.1.	Alcune eccezioni.....797
2.	Ordine di priorità degli aggettivi.....798
3.	Comparativi e superlativi798
3.1.	Aggettivi comparativi.....798

3.2.	Aggettivi superlativi	799
3.3.	Come formare i comparativi e i superlativi regolari.....	799
3.3.1.	Aggettivi a una sillaba.....	799
3.3.2.	Due sillabe	799
3.3.3.	Tre o più sillabe.....	800
3.4.	Comparativi e superlativi irregolari.....	800
3.5.	Aggettivi comparativi.....	800
3.5.1.	Qualità uguali.....	800
3.5.2.	Qualità non uguali	800
3.6.	Aggettivi comparativi per quantità uguali	801
3.6.1.	Sostantivi numerabili	801
3.6.2.	Sostantivi non numerabili.....	801
3.7.	Aggettivi comparativi per quantità diverse	801
3.7.1.	Sostantivi numerabili	802
3.7.2.	Sostantivi non numerabili.....	802

Capitolo 6

L'avverbio.....	803
1.	Come si forma un avverbio da un aggettivo.....
2.	Avverbi comparativi e superlativi
3.	Avverbi di luogo
3.1.	Here e There
3.2.	Avverbi di luogo che sono anche preposizioni
3.3.	Avverbi di luogo che terminano in -where.....
3.4.	Avverbi di luogo che terminano in -wards.....
3.5.	Avverbi di luogo che esprimono un movimento e un luogo.....
4.	Avverbi di tempo.....
4.1.	Avverbi che indicano quando.....
4.2.	Avverbi che indicano per quanto tempo.....
4.3.	Avverbi che indicano la frequenza
4.4.	Uso di Yet
4.5.	Uso di Still
4.6.	Ordine degli avverbi di tempo
5.	Avverbi di modo.....
6.	Avverbi di quantità.....
6.1.	Uso di "enough"
6.1.1.	Enough come avverbio
6.1.2.	Enough come determinante
6.2.	Uso di "too"
6.2.1.	Too quando significa "anche"
6.2.2.	Too quando significa "troppo"
6.3.	Uso di "very"
6.3.1.	Differenza in significato tra "very" e "too".....
6.3.2.	Altri avverbi usati come "very"
6.4.	Inversione con avverbi negativi.....
7.	Avverbi di certezza
8.	Avverbi di opinione e di enunciazione
8.1.	Formazione delle frasi
9.	Avverbi relativi.....
10.	Avverbi interrogativi.....
10.1.	Uso di "how".....

Capitolo 7

Le proposizioni	817
1. Proposizioni relative	817
2. Proposizioni restrittive non incidentali.....	817
3. Proposizioni non restrittive	817

Capitolo 8

Il verbo.....	818
1. Verbo essere TO BE.....	818
1.1. Particolarità ed eccezioni di to be.....	820
1.1.1. La struttura	820
1.1.2. Il verbo to be e gli avverbi di tempo	820
1.1.3. I am to do something.....	820
2. Verbo avere TO HAVE	820
2.1. Present simple e past simple	821
3. Verbo TO DO.....	821
3.1. Il paradigma di do	822
3.2. Il verbo TO DO usato come ausiliare	822
4. I tempi dei verbi	823
4.1. Present simple.....	823
4.1.1. Come si forma il present simple.	824
4.1.2. Note sul present simple alla terza persona singolare	824
4.2. Present continuous.....	824
4.2.1. Come si forma il “present continuous” inglese.....	824
4.2.2. Funzioni del “present continuous” inglese	825
4.2.3. Verbi che non sono generalmente usati alla forma progressiva	825
4.2.3.1. Eccezioni.....	826
4.3. Simple past.....	826
4.3.1. Funzioni del “Simple Past”	826
4.3.2. Come si forma il “Simple Past”	827
4.3.2.1. “Simple past” con i verbi regolari.....	827
4.3.2.2. Simple past e i verbi irregolari.	827
4.4. Past continuous.....	829
4.4.1. Funzioni del “past continuous”	829
4.4.2. Come si forma il <i>past continuous</i>	829
4.5. Present Perfect	830
4.5.1. Come si forma il “Present Perfect”	830
4.5.2. Funzioni del “present perfect”	830
4.6. Present Perfect Continuous	831
4.6.1. Come si forma il Present Perfect Continuous	831
4.6.2. Funzioni del present perfect continuous	831
4.6.3. Verbi senza forma progressiva	832
4.7. Past perfect.....	832
4.7.1. Funzioni del past perfect.....	832
4.7.2. Come si forma il past perfect	832
4.7.3. Past perfect + just.....	833
4.8. Past perfect continuous	833
4.8.1. Funzioni del past perfect continuous	833
4.8.2. Come si forma il past perfect continuous	833
4.9. Future perfect.....	834
4.9.1. Come si forma il future perfect	834
4.9.2. Funzione.....	834

4.10.	Future Perfect Continuous.....	834
4.10.1.	Come si forma il Future Perfect Continuous	834
4.10.2.	Funzioni del future perfect continuous.....	835
4.11.	Simple future	835
4.11.1.	Funzioni del simple future.....	835
4.11.2.	Come si forma il simple future	836
4.12.	Future continuous.....	836
4.12.1.	Come si forma il future continuous.....	836
4.12.2.	Funzioni del future continuous	837
5.	Forma passiva	838
5.1.	Funzioni della forma passiva	838
5.2.	Come si costruisce la forma passiva	838
5.3.	Forma passiva con l'infinito	839
5.4.	Forma passiva al gerundio.....	839
5.5.	La locuzione "to be born"	839
5.6.	Alternative per creare la forma passiva	840
5.7.	Uso di "to need" nelle frasi passive.....	840
6.	Discorso diretto e indiretto	840
6.1.	Discorso diretto.....	840
6.2.	Discorso indiretto.....	841
6.3.	'Say' e 'tell'	841
6.4.	'Talk' e 'speak'	841
6.5.	Il tempo dei verbi nel discorso indiretto.....	841
	"False friends" più comuni	843
	Phrasal verbs più comuni	844